

Versuch: P1-81

# Elektrische Messverfahren

- Auswertung -

Versuchsdurchführung: Montag, 28.11.2005

## Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Versuche mit Gleichspannung(DC)</b>	<b>2</b>
1.1	Innenwiderstand $R_i^I$ des $\mu A$ -Multizets im 1mA-Bereich . . . . .	2
1.2	Berechnung des Innenwiderstands $R_i^U$ des $AV\Omega$ -Multizets im 0,3V-Bereich . . . . .	2
1.3	Bestimmung eines unbekanntes Widerstands $R_x$ . . . . .	3
1.4	Messung von $R_x$ mit Wheatstonescher Brückenschaltung . . . . .	5
1.5	Messung von $R_x$ mit Hilfe des $\Omega$ -Meßbereichs vom $\mu A$ -Multizet . . . . .	6
1.6	Messung der Ursprungung $U_0$ einer Trockenbatterie . . . . .	7
1.7	Messung des Innenwiderstands der Trockenbatterie bei mäßiger Belastung . . . . .	7
<b>2</b>	<b>Versuche mit Wechselspannung (AC)</b>	<b>8</b>
2.1	Gleichstromwiderstand einer Spule . . . . .	8
2.2	Induktivität und Verlustwiderstand einer Spule . . . . .	8
2.3	Messungen im Parallelschwingkreis . . . . .	9
2.4	Wechselstromwiderstände eines Parallelschwingkreises . . . . .	12
2.4.1	Kondensator . . . . .	12
2.4.2	Spule . . . . .	12
2.5	Innenwiderstand des Sinusgenerators . . . . .	13
2.6	Computergestützte Messung von 2.3 . . . . .	13

# 1 Versuche mit Gleichspannung(DC)

## 1.1 Innenwiderstand $R_i^I$ des $\mu A$ -Multizets im 1mA-Bereich

Das  $\mu A$ -Multizet wurde gemäß Vorbereitung mit einem  $1k\Omega$  Widerstand und einem  $10k\Omega$ -Potentiometer in Reihe an eine Gleichspannung angeschlossen und mithilfe des Potentiometers stellten wir durch herumregeln einen Strom von  $I_0 = 1mA$  ein (bei einer  $6V$  Spannungsquelle), wobei im  $3mA$ -Messbereich des  $\mu A$ -Multizet gearbeitet wurde. Parallel war das  $AV\Omega$ -Multizet geschaltet, welches im  $0,3V$ -Messbereich eine Spannung von  $U = 50mV$  anzeigte. Das Potentiometer war (auch wenn das hier nicht von Belang ist) auf  $5,15k\Omega$  eingestellt. Nun galt es das Ohmsche Gesetz gezuwenden:

$$R = \frac{U}{I_0} \quad (1)$$

Womit sich ergibt:

$$R_i^I = \frac{0,05V}{0,001A} = 50\Omega \quad (2)$$

## 1.2 Berechnung des Innenwiderstands $R_i^U$ des $AV\Omega$ -Multizets im 0,3V-Bereich

Zunächst soll der Innenwiderstand des  $AV\Omega$ -Multizets unter der Annahme bestimmt werden, dass das Parallelschalten von  $R_i^U$  zu  $R_i^I$  den Gesamtstrom im Kreis nur vernachlässigbar ändert. Da auch etwas Strom durch das  $AV\Omega$ -Multizet fließen wird, wird die Stromstärke geringfügig sinken und der Innenwiderstand wird sich errechnen aus:

$$R_i^U = \frac{U}{I_0 - I} \quad (3)$$

Nun soll nachträglich der Gesamtwiderstand ermittelt werden, um den tatsächlich fließenden Strom zu ermitteln, da der Strom jetzt nicht mehr als unverändert ( $I_0$ ) angenähert werden soll. Der Gesamtwiderstand ergibt sich aus dem festen Widerstand  $R_1 = 1k\Omega$ , dem regelbaren Widerstand  $R_r$  und dem parallel geschalteten Innenwiderständen von  $AV\Omega$ -Multizet und  $\mu A$ -Multizet, die als parallele Widerstände reziprok addiert werden.

$$R_{ges} = R_1 + R_r + \frac{R_i^I \cdot R_i^U}{R_i^I + R_i^U} \quad (4)$$

Somit ergibt sich analog zu (3):

$$R_i^U = \frac{U}{I_0 - \frac{U}{R_{ges}}} \quad (5)$$

Ergaben sich bei unseren Messungen:

Größe	Wert
Ausgangsstrom $I_0$	1mA
Strom $I$ mit Innenwiderstand	0,83 mA
Messbereich	3mA
Spannung $U$	52mV
Messbereich	300mV

Somit ergibt sich für den noch nicht iterierten Widerstand:

$$R_i^U = \frac{52mV}{1mA - 0,83mV} = 305,8\Omega \quad (6)$$

Nun beginnen wir mit der Iteration, von der wir allerdings nur einen Schritt machen, um das Prinzip zu verdeutlichen:

$$R_{ges} = R_1 + R_r + \frac{R_i^I \cdot R_i^U}{R_i^I + R_i^U} = 1k\Omega + 5,17k\Omega + \frac{50\Omega \cdot 305,8\Omega}{50\Omega + 305,8\Omega} = 6212\Omega \quad (7)$$

Es folgt für den iterativ verbesserten Gesamtstrom:

$$I_{ges} = \frac{U}{R_{ges}} = \frac{6V}{6212\Omega} = 0,97mA \quad (8)$$

womit nun der Innenwiderstand verbessert errechnet werden kann:

$$R_i^U = \frac{U}{I_{ges} - I} = \frac{52mV}{0,97mA - 0,83mA} = 371,4\Omega, \quad (9)$$

was allerdings eine sehr starke Veränderung zum ursprünglichen Wert bedeutet.

### 1.3 Bestimmung eines unbekannten Widerstands $R_x$

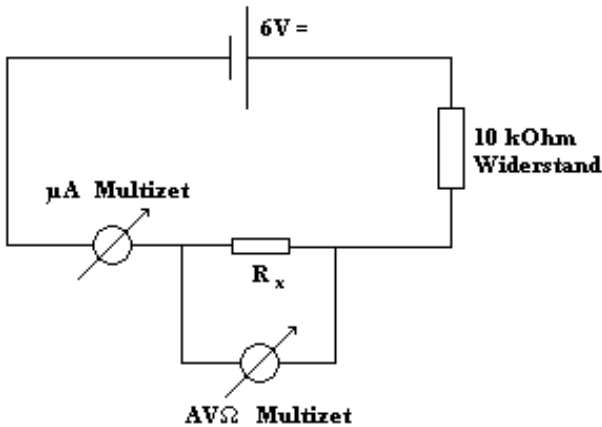
Mittels Strom- und Spannungsmessungen sollte ein „unbekannter“ Widerstand  $R_x$  (wir verwendeten  $470\Omega$ ) ermittelt werden. Dazu wurde ein  $10k\Omega$ -Widerstand, besagtes  $R_x$  und ein Strommessinstrument ( $1mA$ -Bereich) in Reihe an eine  $6V$  Gleichstromquelle angeschlossen werden. Nun werden zwei Fälle der Messung unterschieden:

1. *die spannungsrichtige Schaltung*

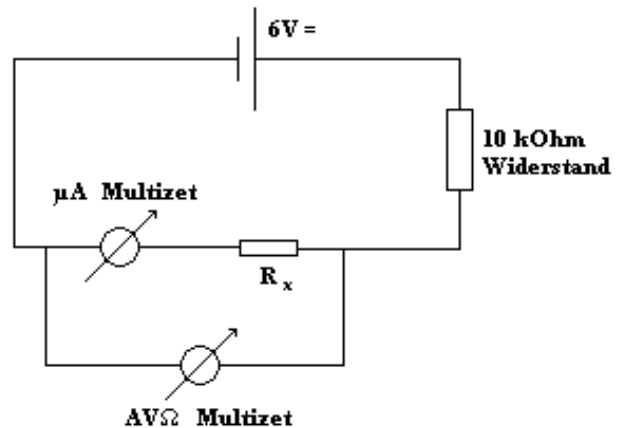
Hierbei wird die Spannung mittels  $AV\Omega$ -Multizet (im  $0,3$  oder  $1V$ -Bereich) über dem Widerstand  $R_x$  gemessen

2. *die stromrichtige Schaltung*

Hierbei wird die Spannung mittels  $AV\Omega$ -Multizet über der gemeinsamen Reihenschaltung von  $R_x$  und  $\mu A$ -Multizet gemessen werden.



1. spannungsrichtige Schaltung



2. stromrichtige Schaltung

Desweiteren sollten beide Messungen wiederholt werden, mit getauschten Rollen von  $AV\Omega$ -Multizet und  $\mu A$ -Multizet.

Aus den erhaltenen vier Wertepaaren ist der Widerstand zu berechnen:

a) ohne Berücksichtigung der Innenwiderstände. Es gilt in beiden Fällen 1. und 2.:

$$R_x = \frac{U}{I} \quad (10)$$

Es ergaben sich folgende Werte:

Schaltung	Multizet Strom	Messb.	Stromstärke	Multizet Spannung	Messb.	Spannung	errechn. Widerstand $R_x$ (in $\Omega$ )
spannungs.	$\mu A$	1mA	0,58mA	$AV\Omega$	0,3V	105mV	181
spannungs.	$AV\Omega$	1mA	0,57mA	$\mu A$	0,3V	265mV	464,9
stromrichtig	$\mu A$	1mA	0,18mA	$AV\Omega$	0,3V	120mV	666,7
stromrichtig	$AV\Omega$	1mA	0,56mA	$\mu A$	1V	0,325V	580

Der beste Wert ergibt sich somit für die Messung mit dem  $\mu A$ -Multizet als Amperemter, dem  $AV\Omega$ -Multizet als Spannungsmessgerät und bei spannungsrichtiger Schaltung. Für den Mittelwert der Messung ergibt sich jedoch ein phantastischer Wert:  $\overline{R_x} = 473,2\Omega$ , was weniger als 1% vom theoretischen Wert abweicht!

b) mit Berücksichtigung der Innenwiderstände.

Fall 1.:

$$I_x = I - I_U \quad (11)$$

$$\Rightarrow R_x = \frac{U}{I_x} = \frac{U}{I - \frac{U}{R_i^U}} \quad (12)$$

Somit ergeben sich folgende Werte (es werden hierbei für die Innenwiderstände folgende Werte aus dem Aufgabenblatt verwendet: Im 0,3V-Messbereich hat das  $\mu A$ -Multizet einen Innenwiderstand von  $30000\Omega$ . Für das  $AV\Omega$ -Multizet wurde der Messbereich 0,3V notiert, den das Gerät laut Aufgabenblatt aber gar nicht besitzt. Es bleibt die Auswahl zwischen  $0,1/100 V/\Omega$  und  $3/3000 V/\Omega$ , es seien hier beide angegeben):

Schaltung	Multi Strom	Messb.	Stromstärke	Multi Spannung	Messb.	Spannung	errechn. $R_x$ (in $\Omega$ )
spannungs.	$\mu A$	1mA	0,58mA	$AV\Omega$	0,1V/3V	105mV	-223,4/ 192,7
spannungs.	$AV\Omega$	1mA	0,57mA	$\mu A$	0,3V	265mV	472,2

wobei beim letzten Wert die Messgeräte getauscht wurden und in (12) entsprechend statt  $R_i^U$   $R_i^I$  steht.

Fall 2.:

$$U_x = U - I \cdot R_i^I \quad (13)$$

$$\Rightarrow R_x = \frac{U_x}{I} = \frac{U}{I} - R_i^I \quad (14)$$

Hier ergaben sich folgende Werte:

(Messbereich in A/Innenwiderstand in  $\Omega$ :  $\mu A$ -Multizet:0,001/180,  $AV\Omega$ -Multizet: 0,001/100)

Schaltung	Multi Strom	Messb.	Stromstärke	Multi Spannung	Messb.	Spannung	errechn. $R_x$ (in $\Omega$ )
stromr.	$\mu A$	1mA	0,18mA	$AV\Omega$	0,3V	120mV	486,7
stromr.	$AV\Omega$	1mA	0,56mA	$\mu A$	1V	0,325V	480,4

wobei auch hier wieder wegen getauschter Messgeräte bei der zweiten Rechnung  $R_i^U$  statt  $R_i^I$  verwendet wurde.

Das Fazit ist, dass die Werte doch recht nah aneinander liegen, es gibt nicht genügend Daten für eine saubere Schlussfolgerung. Man könnte beispielweise annehmen, dass die stromrichtige Schaltung einen partout höheren Wert als den Literaturwert ergibt, denn beide liegen 2-3% über den verwendeten  $470\Omega$ . Der erste Wert im spannungsrichtigen Aufbau muss als Ausreißer gewertet und/oder erneut gemessen werden.

Desweiteren war gefragt, wie die Innenwiderstände der Meßgeräte im Idealfall auszusehen hätten.

- Ein Strommessgerät hätte im Optimalfall gar keinen Innenwiderstand, denn da Strommeßgeräte in Reihe geschaltet werden, beeinflusst ihr Innenwiderstand auch immer die Stromstärke im Stromkreis und senkt diese, da sich Widerstände in Reihe einfach addieren.
- Ein Spannungsmessgerät sollte einen sehr großen, im Idealfall unendlich großen Widerstand besitzen, denn für die parallelen Widerstände  $R_x, R_i^U$  gilt:

$$\frac{1}{R_{ges}} = \frac{R_i^U + R_x}{R_x \cdot R_i^U} = \frac{1}{R_x} + \frac{R_x}{R_x \cdot R_i^U} \longrightarrow \frac{1}{R_x} \text{ für } R_i^U \rightarrow \infty$$

Also wäre im Idealfall der Gesamtwiderstand gleich dem Ohmschen Widerstand.

#### 1.4 Messung von $R_x$ mit Wheatstonescher Brückenschaltung

Der  $1k\Omega$ -Widerstand ( $R_1$ ) und der zu bestimmende Widerstand  $R_x$  werden in Reihe geschaltet. Parallel dazu liegt das lineare  $1k\Omega$ -Potentiometer ( $R_2$  und  $R_3$ ). Der Spannungsteiler des Potentiometers wird über das  $\mu A$ -Multizet mit einem Punkt zwischen  $R_x$  und dem  $1k\Omega$ -Widerstand verbunden. Diese Parallelschaltung wird in Reihe zu einem  $220\Omega$  Strombegrenzungswiderstand an eine  $6V$  Gleichstromquelle angeschlossen.

Unser „unbekannter“ Widerstand war ein  $470\Omega$ -Widerstand. Nun regelten wir schrittweise die Spannung herab, indem wir uns erst in den höheren Messbereichen aufhielten, dann den Messbereich herunterschalteten und weiter herunterregelten, bis wir schließlich im letzten Messbereich von  $30mV$  die Spannung auf  $0V$  einstellten. Ab diesem Zeitpunkt floß also kein Strom mehr durch das Messgerät. Es gilt nun die folgende, aus Maschenregel und Knotenregel (Kirchhoff'sche Regeln) leicht ersichtliche Formel:

$$R_x = R_1 \cdot \frac{R_3}{R_2} \quad (15)$$

Die Vorteile einer Wheastoneschen-Brückenschaltung liegen darin, dass:

- a) der Innenwiderstand des Meßgeräts keinen Fehler verursacht, da der Strom durch das Gerät  $0A$  beträgt
- b) das Meßgerät sehr empfindlich ist und somit der Nullabgleich sehr genau hergestellt werden kann
- c) Konstanz und Qualität der Spannungsquelle sind nicht wichtig

Die Messgenauigkeit beschränkt sich also hauptsächlich auf die Genauigkeit der Bestimmung des Widerstandsverhältnisses  $\frac{R_3}{R_2}$ , was beim linearen Potentiometer einfach nur die Messung von Längen bedeutet.

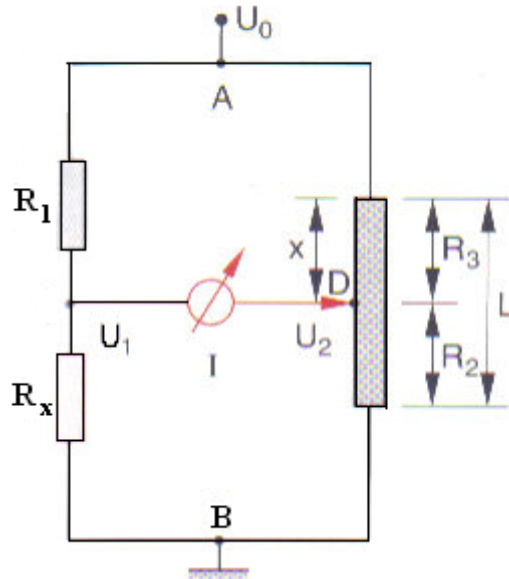
Wir lasen also am  $1k\Omega$ -Potentiometer den Widerstandswert ab, bei dem die gewünschten Einstellungen erreicht waren. Es ergab sich die folgenden Werte für die Widerstände:

$R_1$	$R_2$	$R_3$
$1000 \Omega$	$679 \Omega$	$321 \Omega$

Daraus ergibt sich:

$$R_x = R_1 \cdot \frac{R_3}{R_2} = 1000\Omega \cdot \frac{321\Omega}{669\Omega} = 472,8\Omega \quad (16)$$

Dieser aus den Messwerten errechnete Widerstandswert für  $R_x$  ist lediglich 0,4% abweichend zum Literaturwert! Hier zeigt sich, dass die oben besprochenen Vorteile der Wheatstoneschen Brücke *sehr* stark zum tragen kommen und die Messung um ein erhebliches Maß verbessern.



allg. Aufbau einer Wheatstone-Brücke, Quelle:Demtröder

### 1.5 Messung von $R_x$ mit Hilfe des $\Omega$ -Meßbereichs vom $\mu A$ -Multizet

Ein Ohmmeter funktioniert nach dem Ohmschen Gesetz  $R = \frac{U}{I}$ . Es legt an der zu vermessenden Schaltung, also unserem Widerstand, eine konstante Spannung an. Der Zeiger des Meßgeräts richtet sich nun nach dem Magnetfeld aus, welches durch den mit der angelegten Spannung erzeugten Strom induziert wird. Der Strom ist nach dem Ohmschen Gesetz umgekehrt proportional zum Widerstand, weshalb die Nadel bei größerem Widerstand nach links ausschlägt.

Es lag also der notwendige Aufbau vor, wir maßen im  $\Omega$ -Messbereich des  $\mu A$ -Multizet. Es ergaben sich die folgenden Messwerte:

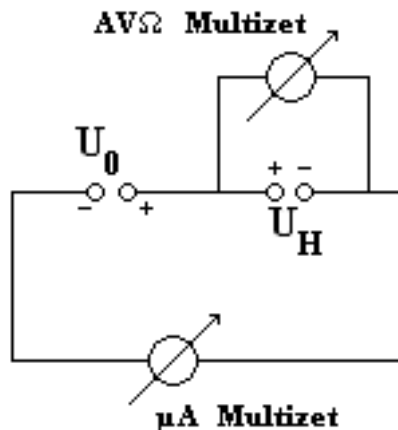
gemessender Widerstand	Messbereich
500 $\Omega$	1 $\Omega$
450 $\Omega$	10 $\Omega$

(Anm.:die Messbereiche sind gegenüber den Werten so klein, da die Skala sehr groß war.)

Man sieht, dass die Messung mit dem Ohmmeter durchaus zur Bestimmung der Größenordnung des Widerstands geeignet ist, ein qualitativer Vergleich von dieser Methode und den vorherigen, zeigt aber doch die Schwächen, z.B. gegenüber der Wheatstonebrücke, auf.

## 1.6 Messung der Urspannung $U_0$ einer Trockenbatterie

Die zu messende Spannung  $U_0$  wird in Reihe mit einer entgegengesetzt gepolten Hilfsspannung  $U_H$  an ein empfindliches Spannungsmessgerät ( $\mu A$ -Multizet) angeschlossen.  $U_H$  wird nun so eingestellt, dass sich die beiden Spannungen eliminieren, also insgesamt eine Spannung von 0V vorliegt (also: am  $\mu A$ -Multizet 0V einstellen). Dann kann mittels des  $AV\Omega$ -Multizet der Betrag der zu messenden Spannung über der Hilfsspannungsquelle abgegriffen werden.



Dieses Verfahren findet dort Anwendung, wo die Spannung der Quelle sinkt, wenn man sie belastet. Grund hierfür ist der Innenwiderstand der Spannungsquelle. Da wir aber gerade im Moment der Messung eine Spannung von 0V in unserem Stromkreis vorliegen haben, ist ein Verlust ausgeschlossen, da kein Strom fließt. Dieses Verfahren ist also immer dann gut anwendbar, wenn die Spannung einer unbelasteten Quelle ermittelt werden soll.

Da wir eine regelbare Spannungsquelle brauchten, aber nur die 6V-Gleichspannungsquelle zur Verfügung stand, schalteten wir einfach ein Potentiometer in den Kreis hinein, um somit, durch Regeln des Widerstands, die Spannung einzustellen. Nun regelten wir die Spannung von  $U_H$  solange herunter, bis an der Anzeige des  $\mu A$ -Multizet null abzulesen war, wobei wieder, wie in der vorigen Aufgabe, langsam von den oberen Messbereichen aus immer feiner und in die unteren Messbereiche hinein geregelt wurde, so dass wir am Ende 0V im 30mV-Messbereich einstellten.

Nun ließ sich die gesuchte Spannung, die Spannung der Trockenbatterie, ablesen und wir lasen genau den erwarteten (Aufschrift Batterie) Wert für die Spannung am  $AV\Omega$ -Multizet ab:  $U_H = 1,5V$ .

## 1.7 Messung des Innenwiderstands der Trockenbatterie bei mäßiger Belastung

Hier soll nun der Innenwiderstand der Trockenbatterie durch Belastung mit verschiedenen Widerständen untersucht werden. Dazu verwenden wir die Kompensationschaltung aus Aufgabe 1.6. Zunächst stellen wir wieder wie eben die Differenzspannung zwischen  $U_0$  und  $U_H$  auf 0V, wieder mittels der absinkenden Messbereiche. Anschließend schalten wir einen Lastwiderstand  $R_L$  dazu und lesen am Spannungsmeßgerät die Differenzspannung  $\Delta U$  ab - um diesen Wert ist die Spannung aufgrund der Belastung gesunken. Für den Innenwiderstand  $R_i$  gilt:

$$U_L = U_0 - (U_0 - U_L) = U_0 - \Delta U = R_L \cdot I \quad (17)$$

$$\Delta U = R_i \cdot I \quad (18)$$

$$R_i = R_L \cdot \frac{\Delta U}{U_0 - \Delta U} \quad (19)$$

Dies führten wir nun für verschiedene Widerstände durch. Für die Grundspannung gilt weiterhin, dass  $U_0 = 1,5V$ . Mit (19) ergaben sich nun folgende Messwerte und errechnete Innenwiderstände der Trockenbatterie:

Lastwiderstand $R_L$ (in $\Omega$ )	Spannungsdifferenz $\Delta U$ (in mV)	Messbereich der Spannung	resultierender Innen- widerstand (in $\Omega$ )
22	10	30mV	0,148
47	5	30mV	0,157
110	2	30mV	0,147
220	0,5	30mV	0,073

wobei allerdings der letzte Wert etwas „verrutscht“ sein dürfte, bei diesen kleinen Ausschlägen war es extrem schwer, genaue Werte anzugeben.

Es ergibt sich ein Mittelwert für den Innenwiderstand der Trockenbatterie von  $\bar{R}_i = 0,131\Omega$ . Leider kann aus den wenigen Werten keine Gesetzmäßigkeit abgelesen werden, ob der Innenwiderstand bei steigender Belastung sinkt oder steigt.

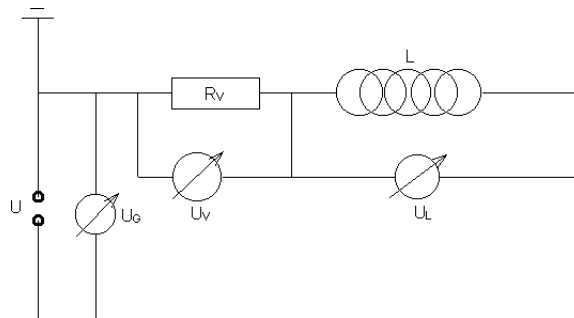
## 2 Versuche mit Wechselspannung (AC)

### 2.1 Gleichstromwiderstand einer Spule

Wie in Aufgabe 1.5 schlossen wir die Spule direkt an das  $\mu A$ -Multizet an und stellten dieses auf den Messbereich „ $\Omega$ “. Das Gerät misst nun mit Hilfe einer selbst erzeugten Gleichspannung den Ohm'schen Widerstand des Spulendrahtes. In unserem Fall wurden  $85\Omega$  (Messbereich:  $\times 1\Omega$ ) angezeigt.

### 2.2 Induktivität und Verlustwiderstand einer Spule

Zur Messung von Induktivität und Verlustwiderstand der Spule schalteten wir diese mit einem Vorwiderstand ( $R_V = 110\Omega$  in Reihe und legten eine Sinusspannung der Frequenz  $f = 30\text{ Hz}$  an. Mit dem Millivoltmeter maßen wir die Gesamtspannung  $U_G$ , die Spannung über dem Vorwiderstand  $U_V$  und die Spannung an der Spule  $U_R$ . Zusammengefasst im Schaltbild:



Da sowohl der Sinusgenerator als auch das Millivoltmeter netzgebunden waren, konnte die Messung leider nicht direkt wie im Schaltbild vorgenommen werden. Um Ergebnisse zu erhalten, musste die Masse berücksichtigt werden - dies machte es erforderlich, Spule und Vorwiderstand für die Messung zu tauschen. In der Durchführung erwies sich vor allem die Einstellung der Frequenz als Schwierig, da das digitale Frequenzanzeigergerät sehr sprunghaft war (bei gleicher Frequenzeinstellung der Sinusspannung zwischen 28 Hz und 50 Hz pendelte). Nichtsdestotrotz nahmen wir folgende Werte auf:

	Wert [Volt]	Messbereich [Volt]
Generatorspannung $U_G$	0,2	0,3
Vorwiderstandsspannung $U_V$	0,08	0,3
Spulenspannung $U_L$	0,145	0,3

Folgende Formeln haben wir in der Vorbereitung für den Verlustwiderstand  $R$  und die Spuleninduktivität  $L$  mittels Zeigerdiagramm hergeleitet:

$$R = \frac{U_G^2 - U_V^2 - U_L^2}{2 \cdot U_V} \cdot \frac{R_V}{U_V} \quad (20)$$

$$L = \frac{R_V}{U_V \cdot \omega} \cdot \sqrt{U_L^2 - U_R^2} \quad (21)$$

Setzt man die Messwerte aus der Tabelle und  $\omega = 2\pi f$  ein, so erhält man:

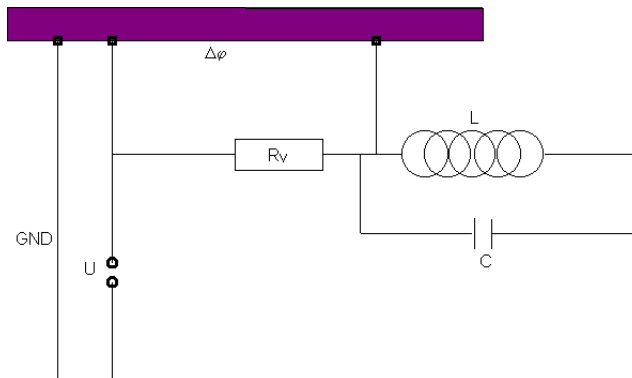
$$R = 108 \, \Omega \quad (22)$$

$$L = 0,89 \, H \quad (23)$$

Damit sind wir mit unserer Messung um ein Haar neben dem angegebenen Toleranzbereich der Spule ( $L = 1 \, H \pm 10\%$ ).

### 2.3 Messungen im Parallelschwingkreis

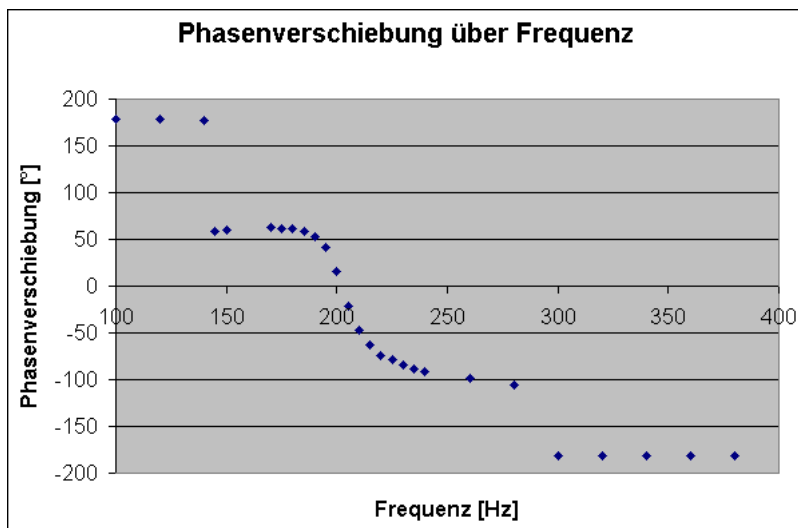
In diesem Versuchsteil bauten wir aus der obigen Spule und dem Kondensator  $C_2$  einen Schwingkreis: wir schalteten die beiden Bauteile parallel und setzten einen Vorwiderstand  $R_V = 1 \, M\Omega$  davor. Zunächst schlossen wir aber das Spannungsmessgerät direkt an den Sinusgenerator an, drehten die Amplitude voll auf und erhielten so die maximale Ausgangsspannung von  $U_0 = 9 \, V$ , wobei wir im Millivoltmeter den Messbereich auf  $10 \, V$  stellten. Dann kamen Schwingkreis samt Vorwiderstand an den Sinusgenerator, außerdem bauten wir das digitale Phasenfrequenz-Messgerät wie folgt ein:



Das Spannungsmessgerät legten wir anschließend an den Schwingkreis an. Wir variierten die Frequenz des Sinusgenerators von  $100 \, \text{Hz}$  bis  $400 \, \text{Hz}$  und notierten die Spannung  $U_R$  im Resonanzkreis sowie die Phasendifferenz  $\varphi$  zwischen Strom und Spannung:

Frequenz f [Hz]	Spannung $U_R$ [V]	MB d. Sp. [V]	$\varphi$ [°]	$\varphi$ korr. [°]
100	0,007	0,03	178	178
120	0,01	0,03	178	178
140	0,014	0,03	177	177
145	0,015	0,03	58	58
150	0,017	0,03	60	60
170	0,029	0,03	63	63
175	0,035	0,1	62	62
180	0,045	0,1	61	61
185	0,053	0,1	58	58
190	0,071	0,1	53	53
195	0,1	0,3	41	41
200	0,13	0,3	16	16
205	0,14	0,3	338	-22
210	0,11	0,3	313	-47
215	0,082	0,1	297	-63
220	0,06	0,1	286	-74
225	0,05	0,1	282	-78
230	0,04	0,1	276	-84
235	0,035	0,1	272	-88
240	0,03	0,1	269	-91
260	0,02	0,1	261	-99
280	0,016	0,03	255	-105
300	0,013	0,03	178	-182
320	0,011	0,03	179	-181
340	0,01	0,03	179	-181
360	0,009	0,01	178	-182
380	0,008	0,01	178	-182

Da das digitale Phasenmessgerät keine negativen Phasen anzeigt, wurde in obiger Tabelle bei den betreffenden Werten  $360^\circ$  abgezogen, so dass die Spalte „ $\varphi$  korr.“ die tatsächliche Phasendifferenz anzeigt. Jetzt können wir die Phase über der Frequenz auftragen:



Für Frequenzen  $\leq 140\text{ Hz}$  und  $\geq 300\text{ Hz}$  war die Eingangsspannung für das Phasendifferenz-Messgerät zu klein, so dass es nicht in der Lage war ein Signal aufzulösen. Die Phase wurde deshalb mit  $\pm 180^\circ$  quasi konstant angezeigt. Die anderen Werte sind allerdings deutlich aufschlussreicher:

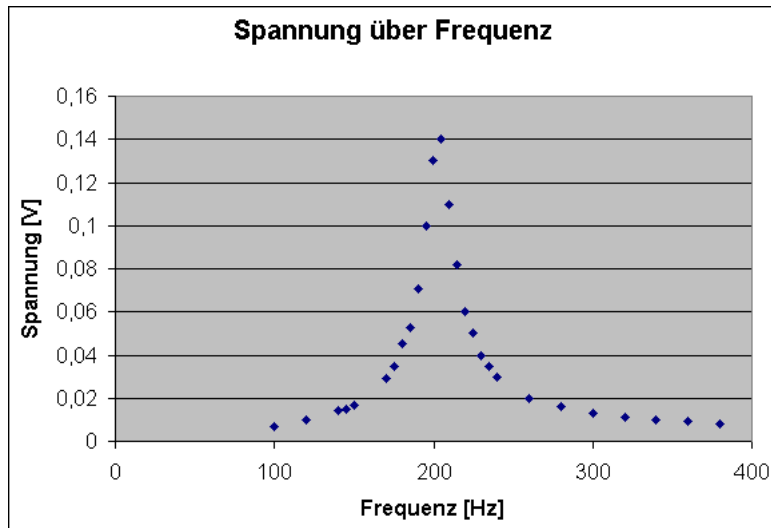
Die Phasenverschiebung ist gerade im Resonanzfall Null, die Resonanzfrequenz dieser Schaltung muss also ca.  $f_0 = 205\text{ Hz}$  und damit  $\omega_0 = 1288\frac{1}{\text{s}}$  betragen. Für kleinere Frequenzen nähert sich die Phase  $+90^\circ$  an, für größere Frequenzen geht die Phase gegen  $-90^\circ$ . Dies ist leicht erklärbar, denn für induktiven Widerstand  $R_L$  und kapazitiven Widerstand  $R_C$  gelten:

$$R_L = \omega L \quad (24)$$

$$R_C = \frac{1}{\omega \cdot C} \quad (25)$$

- Für große Frequenzen ist  $R_C$  vernachlässigbar. Wir müssen also nur die Spule betrachten, für eine solche Anordnung beträgt die Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung  $-90^\circ$ .
- Bei kleinen Frequenzen kann man  $R_L$  vernachlässigen, am verbleibenden Kondensator ist eine Phasenverschiebung von  $+90^\circ$  zu beobachten, wie dies bei Kondensatoren üblich ist.
- Im Resonanzfall gilt gerade  $R_C = R_L$ . Dann heben sich induktiv und kapazitiv verursachte Phasenverschiebung gerade auf, so dass keine Phasendifferenz mehr gemessen wird.

Trägt man die Spannung  $U_R$  des Resonanzkreises über der Frequenz auf, so ergibt sich folgendes Schaubild:



Für sehr große und sehr kleine Frequenzen verschwindet die Spannung. Im Bereich der oben schon beschriebenen Resonanzfrequenz  $f_0 = 205\text{ Hz}$  bzw.  $\omega_0 = 1288\frac{1}{\text{s}}$  ist der typische Ausschlag der Spannung zu beobachten. An dieser Stelle beträgt die Spannung  $U_R^* = 0,14\text{ V}$  (siehe Tabelle). Die halbe Resonanzfallspannung  $\frac{U_R^*}{2}$  beträgt also  $0,07\text{ V}$ . Diese wird nach Tabelle und Schaubild gerade bei  $f_1 = 190\text{ Hz}$  und ca.  $f_2 = 217\text{ Hz}$  erreicht. Die Halbwertsbreite beträgt also  $\Delta f = f_2 - f_1 = 27\text{ Hz}$  bzw. als Kreisfrequenz  $\Delta\omega = 170\frac{1}{\text{s}}$ . Das Zustandekommen dieser Kurve lässt sich abermals mit kapazitivem und induktivem Widerstand [Formeln (24), (25)] erklären:

- Für große Frequenzen ergibt sich ein hoher induktiver Widerstand  $R_L$  und ein niedriger Widerstand  $R_C$
- Für niedrige Frequenzen ergibt sich ein hoher kapazitiver Widerstand  $R_C$  und ein niedriger Widerstand  $R_L$

In diesen Fällen fließt der Strom jeweils über den anderen Zweig ab (also bei hohem induktivem Widerstand über den Kondensator und umgekehrt), was dazu führt dass im Schwingkreis kaum Spannung

abfällt. Deshalb ist die Kurve zu den Rändern hin flacher. Sind nun  $R_L$  und  $R_C$  gleich groß (Resonanzfall), so fehlt die „Ausweichstrecke“ - der Widerstand des Schwingkreises wird maximal, weshalb auch ein Spannungsmaxima im Schwingkreis gemessen werden kann.

Jetzt haben wir alle Größen bestimmt, die wir benötigen, um Resonanzwiderstand, Schwingkreiswiderstand, Kapazität und Induktivität zu berechnen:

- Resonanzwiderstand:  $R_r = U_R^* \cdot \frac{R_V}{U_0} = 15,6 \text{ k}\Omega$   
 $\frac{R_V}{U_0} = \frac{1}{I}$  ist die reziproke Stromstärke des in der Schaltung fließenden Stroms. Die Beziehung  $I = \frac{U_0}{R_V}$  gilt deshalb, weil der größte Teil der Sinusgenerator-Spannung am Vorwiderstand abfällt, gegenüber dessen  $1 \text{ M}\Omega$  der Resonanzwiderstand vernachlässigbar ist. Der Strom kann als konstant betrachtet werden, weil die Schwankung der Spannung im Resonanzkreis mit Werten  $\leq 0,14 \text{ V}$  (vergleiche Tabelle oder Diagramm) gegenüber der Sinusgenerator-Spannung von  $\approx 10 \text{ V}$  kaum ins Gewicht fällt.
- Schwingkreiswiderstand:  $R = \frac{1}{3} R_r \left( \frac{\Delta\omega}{\omega_0} \right)^2 = 90,6 \text{ }\Omega$
- Kapazität:  $C = \frac{\sqrt{3}}{\Delta\omega \cdot R_r} = 653 \text{ nF}$
- Induktivität:  $L = \frac{1}{\omega_0^2 \cdot C} = \frac{R_r}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\Delta\omega}{\omega_0^2} = 0,92 \text{ H}$

## 2.4 Wechselstromwiderstände eines Parallelschwingkreises

An den Schwingkreis haben wir die Resonanzfrequenz  $f_0 = 205 \text{ Hz}$  bzw.  $\omega_0 = 1288 \frac{1}{s}$  angelegt und Strom und Spannung über dem Kondensator und über der Spule gemessen.

### 2.4.1 Kondensator

Für den kapazitiven Widerstand gilt:

$$R_C = \frac{1}{\omega_0 \cdot C} \quad (26)$$

$$\Rightarrow C = \frac{1}{R_C \cdot \omega_0} \quad (27)$$

$$\Rightarrow C = \frac{I_C}{U_C \cdot \omega_0} \quad (28)$$

Experimentell haben wir  $U_C = 8,2 \text{ V}$  und  $I_C = 6,5 \text{ mA}$  bestimmt. Daraus folgt eine Kapazität von  $C = 615 \text{ nF}$ .

### 2.4.2 Spule

Der Gesamtwiderstand  $Z_{Sp}$  der Spule ergibt sich aus dem Ohm'schen Gesetz:

$$Z_{Sp} = \frac{U_S}{I_S} \quad (29)$$

Wie in der Vorbereitung gezeigt, beträgt die Formel für die Induktivität  $L$ :

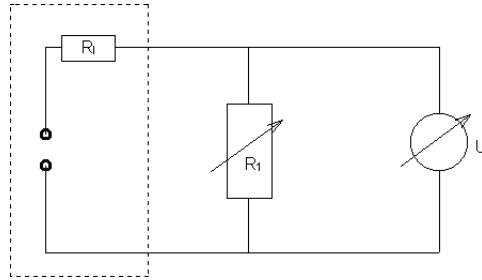
$$L = \frac{\sqrt{Z_{Sp}^2 - R_I^2}}{\omega_0} \quad (30)$$

Wir haben gemessen:  $U_S = 8,2 \text{ V}$  und  $I_S = 6,2 \text{ mA}$ . Damit beträgt der Gesamtwiderstand  $Z_{Sp} = 1323 \text{ }\Omega$ . Den Gleichstromwiderstand der Spule haben wir in Aufgabe 2.1 gemessen, dort betrug  $R_I = 85 \text{ }\Omega$ .

Eingesetzt lautet die Induktivität:  $L = 1,03 \text{ H}$ .

## 2.5 Innenwiderstand des Sinusgenerators

Zunächst haben wir das Röhren-Spannungsmessgerät direkt an den Sinusgenerator angeschlossen. Die Ausgangsspannung betrug  $U_0 = 8,8V$  (bei maximaler Amplitude). Dann schalteten wir das  $1\text{ k}\Omega$ -Potentiometer parallel:



Mit dem Potentiometer stellten wir die Spannung auf  $\frac{U_0}{2}$ , also  $4,4V$  ein. Dies war bei einem Potentiometerwiderstand von  $R_1 = 780\ \Omega$  erreicht. Der Spannungsabfall am Widerstand entsprach in dieser Situation genau dem Innenwiderstand der Stromquelle. Damit beträgt der Innenwiderstand  $R_I = R_1 = 780\ \Omega$ . In der Vorbereitung haben wir die Formel für die maximale Ausgangsleistung hergeleitet. Eingesetzt ergibt sich für sie:

$$P_{max} = \frac{U_0^2}{4 \cdot R_I} = 24,8\text{ mW} \quad (31)$$

## 2.6 Computergestützte Messung von 2.3

Der Versuch 2.3 war für die PC-Auswertung bereits komplett verschaltet. Wir hatten Gelegenheit, bei der Demonstration des Versuchs dabei zu sein - und konnten einige Vorteile gegenüber der obigen Messung „von Hand“ feststellen:

- Die Messung verlief deutlich schneller
- Die Messung war deutlich exakter (mehr Messpunkte)
- Direkter Ausdruck möglich
- Das Computerprogramm ermöglicht es, die Kurve sofort auszuwerten - z.B. Zwischenwerte einzeichnen oder zu berechnen und gleich optisch darzustellen, wie der Kurvenverlauf für eine größere / kleinere Kapazität oder für eine größere / kleinere Induktivität aussehen würde.