

Versuch: P1-81

# Elektrische Messverfahren

- Vorbereitung -

## Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Aufgabenteil 1</b>	<b>2</b>
1.1	Innenwiderstand $R_i^I$ des $\mu A$ -Multizets im 1mA-Bereich . . . . .	2
1.2	Berechnung des Innenwiderstands $R_i^U$ des $AV\Omega$ -Multizets im 0,3V-Bereich . . . . .	2
1.3	Bestimmung eines unbekanntes Widerstands $R_x$ . . . . .	3
1.4	Messung von $R_x$ mit Wheatstonescher Brückenschaltung . . . . .	4
1.5	Messung von $R_x$ mit Hilfe des $\Omega$ -Meßbereichs vom $\mu A$ -Multizet . . . . .	5
1.6	Messung der Ursprungung $U_0$ einer Trockenbatterie . . . . .	5
1.7	Messung des Innenwiderstands der Trockenbatterie bei mäßiger Belastung . . . . .	5
<b>2</b>	<b>Aufgabenteil 2</b>	<b>6</b>
2.1	Messung des Gleichstromwiderstands einer Spule mit $\mu A$ -Multizet . . . . .	6
2.2	Messung der Induktivität $L$ und Verlustwiderstand $R$ der Spule . . . . .	6
2.3	Bestimmung von $L$ , $R$ und $C$ eines Parallelschwingkreises . . . . .	7
2.4	Wechselstromwiderstände der Spule und Kondensator $C_2$ . . . . .	7
2.5	Bestimmung des Innenwiderstands des Sinusgenerators . . . . .	8
2.6	(Automatisierung) . . . . .	9

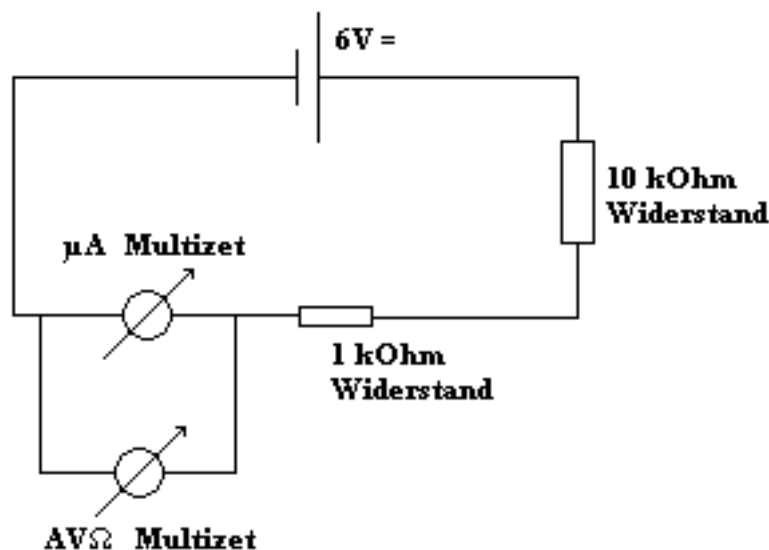
# 1 Aufgabenteil 1

Z z A A a

## 1.1 Innenwiderstand $R_i^I$ des $\mu A$ -Multizets im $1mA$ -Bereich

Das  $\mu A$ -Multizet wird mit einem  $1k\Omega$ -Widerstand und einem  $10k\Omega$  Regelwiderstand in Reihe geschaltet und an eine  $6V$  Gleichspannung angeschlossen. Mit Hilfe des regelbaren Widerstandes wird ein Strom von  $I_0 = 1mA$  eingestellt. Parallel zum  $\mu A$ -Multizet soll sich das  $AV\Omega$ -Multizet (im  $0,3V$  Bereich) befinden, mit dem man die Spannung  $U$  am  $\mu A$ -Multizet misst. Jetzt wird der Innenwiderstand schlicht aus dem Ohmschen Gesetz bestimmt:

$$R = \frac{U}{I_0} \quad (1)$$



Aufgabe 1.1 Schaltplan

## 1.2 Berechnung des Innenwiderstands $R_i^U$ des $AV\Omega$ -Multizets im $0,3V$ -Bereich

Zunächst soll der Innenwiderstand des  $AV\Omega$ -Multizets unter der Annahme bestimmt werden, dass das Parallelschalten von  $R_i^U$  zu  $R_i^I$  den Gesamtstrom im Kreis nur vernachlässigbar ändert. Da auch etwas Strom durch das  $AV\Omega$ -Multizet fließen wird, wird die Stromstärke geringfügig sinken und der Innenwiderstand wird sich errechnen aus:

$$R_i^U = \frac{U}{I_0 - I} \quad (2)$$

Nun soll nachträglich der Gesamtwiderstand ermittelt werden, um den tatsächlich fließenden Strom zu ermitteln, da der Strom jetzt nicht mehr als unverändert ( $I_0$ ) angenähert werden soll. Der Gesamtwiderstand ergibt sich aus dem festen Widerstand  $R_1 = 1k\Omega$ , dem regelbaren Widerstand  $R_r$  und dem parallel geschalteten Innenwiderständen von  $AV\Omega$ -Multizet und  $\mu A$ -Multizet, die als parallele Widerstände reziprok addiert werden.

$$R_{ges} = R_1 + R_r + \frac{R_i^I \cdot R_i^U}{R_i^I + R_i^U} \quad (3)$$

Somit ergibt sich analog zu (2):

$$R_i^U = \frac{U}{\frac{U}{R_{ges}} - I} \quad (4)$$

### 1.3 Bestimmung eines unbekannten Widerstands $R_x$

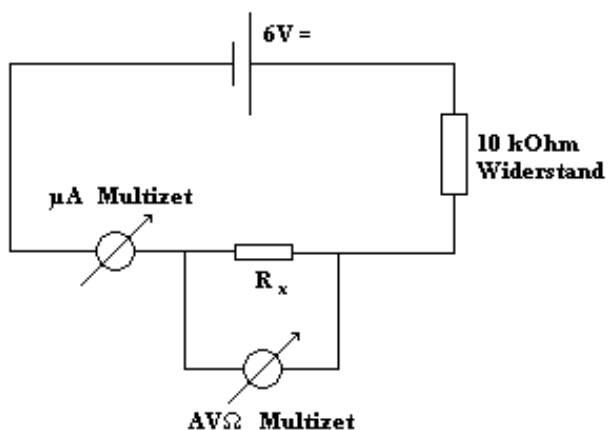
Mittels Strom- und Spannungsmessungen soll ein „unbekannter“ Widerstand  $R_x$  (man verwende  $470\Omega$ ) ermittelt werden. Dazu wird ein  $10k\Omega$ -Widerstand, besagtes  $R_x$  und ein Strommessinstrument (1mA-Bereich) in Reihe an eine 6V Gleichstromquelle angeschlossen werden. Nun werden zwei Fälle der Messung unterschieden:

1. *die spannungsrichtige Schaltung*

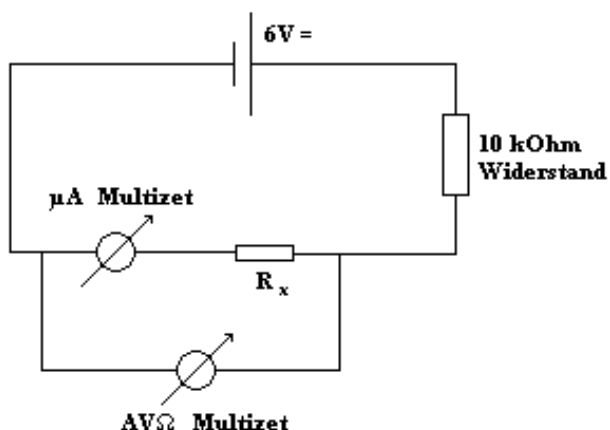
Hierbei wird die Spannung mittels  $AV\Omega$ -Multizet (im 0,3 oder 1V-Bereich) über dem Widerstand  $R_x$  gemessen

2. *die stromrichtige Schaltung*

Hierbei wird die Spannung mittels  $AV\Omega$ -Multizet über der gemeinsamen Reihenschaltung von  $R_x$  und  $\mu A$ -Multizet gemessen werden.



1. spannungsrichtige Schaltung



2. stromrichtige Schaltung

Desweiteren sollen beide Messungen wiederholt werden, mit getauschten Rollen von  $AV\Omega$ -Multizet und  $\mu A$ -Multizet.

Aus den erhaltenen vier Wertepaaren ist der Widerstand zu berechnen:

a) ohne Berücksichtigung der Innenwiderstände. Es gilt in beiden Fällen 1. und 2.:

$$R_x = \frac{U}{I} \tag{5}$$

b) mit Berücksichtigung der Innenwiderstände.

Fall 1.:

$$I_x = I - I_U \tag{6}$$

$$\Rightarrow R_x = \frac{U}{I_x} = \frac{U}{I - \frac{U}{R_i^U}} \tag{7}$$

Fall 2.:

$$U_x = U - I \cdot R_i^I \tag{8}$$

$$\Rightarrow R_x = \frac{U_x}{I} = \frac{U}{I} - R_i^I \tag{9}$$

Desweiteren war gefragt, wie die Innenwiderstände der Meßgeräte im Idealfall auszusehen hätten.

- Ein Strommessgerät hätte im Optimalfall gar keinen Innenwiderstand, denn da Strommeßgeräte in Reihe geschaltet werden, beeinflusst ihr Innenwiderstand auch immer die Stromstärke im Stromkreis und senkt diese, da sich Widerstände in Reihe einfach addieren.
- Ein Spannungsmessgerät sollte einen sehr großen, im Idealfall unendlich großen Widerstand besitzen, denn für die parallelen Widerstände  $R_x$ ,  $R_i^U$  gilt:

$$\frac{1}{R_{ges}} = \frac{R_i^U + R_x}{R_x \cdot R_i^U} = \frac{1}{R_x} + \frac{R_x}{R_x \cdot R_i^U} \longrightarrow \frac{1}{R_x} \text{ für } R_i^U \rightarrow \infty$$

Also wäre im Idealfall der Gesamtwiderstand gleich dem Ohmschen Widerstand.

#### 1.4 Messung von $R_x$ mit Wheatstonescher Brückenschaltung

Der  $1k\Omega$ -Widerstand ( $R_1$ ) und der zu bestimmende Widerstand  $R_x$  werden in Reihe geschaltet. Parallel dazu liegt das lineare  $1k\Omega$ -Potentiometer ( $R_2$  und  $R_3$ ). Der Spannungsteiler des Potentiometers wird über das  $\mu A$ -Multizet mit einem Punkt zwischen  $R_x$  und dem  $1k\Omega$ -Widerstand verbunden. Diese Parallelschaltung wird in Reihe zu einem  $220\Omega$  Strombegrenzungswiderstand an eine  $6V$  Gleichstromquelle angeschlossen.

Nun wird der Strom langsam auf  $0A$  gebracht werden. Zuerst soll grob eingestellt werden, danach wird feiner nachgeregelt. Ist der Strom durch das Meßinstrument null, folgt:

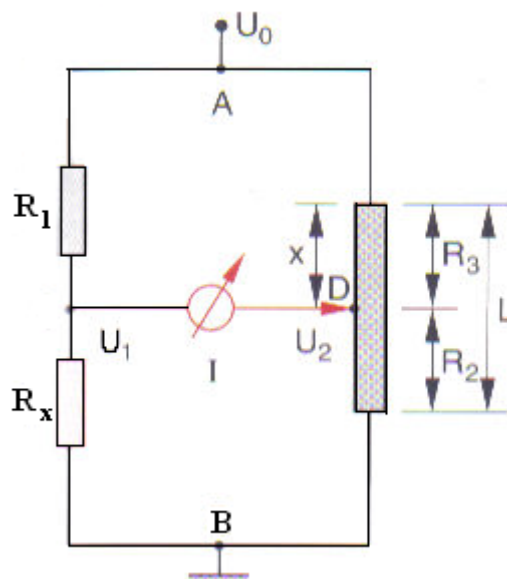
$$I_2 \cdot R_3 = I_1 \cdot R_x \text{ und } I_1 \cdot R_1 = I_2 \cdot R_2 \quad (10)$$

$$\Rightarrow R_x = R_3 \cdot \frac{R_1}{R_2} \quad (11)$$

Die Vorteile einer Wheastoneschen-Brückenschaltung liegen darin, dass:

- a) der Innenwiderstand des Meßgeräts keinen Fehler verursacht, da der Strom durch das Gerät  $0A$  beträgt
- b) das Meßgerät sehr empfindlich ist und somit der Nullabgleich sehr genau hergestellt werden kann
- c) Konstanz und Qualität der Spannungsquelle sind nicht wichtig

Die Messgenauigkeit beschränkt sich also hauptsächlich auf die Genauigkeit der Bestimmung des Widerstandsverhältnisses  $\frac{R_3}{R_2}$ , was beim linearen Potentiometer einfach nur die Messung von Längen bedeutet.



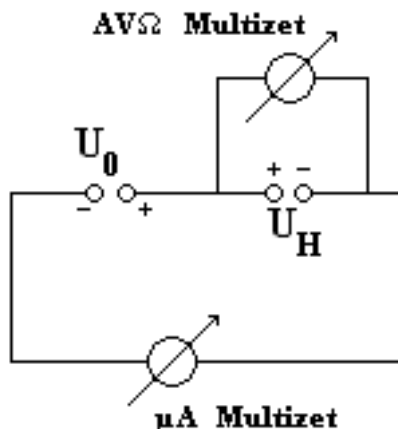
allg. Aufbau einer Wheatstone-Brücke, Quelle:Demtröder

### 1.5 Messung von $R_x$ mit Hilfe des $\Omega$ -Meßbereichs vom $\mu A$ -Multizet

Ein Ohmmeter funktioniert nach dem Ohmschen Gesetz  $R = \frac{U}{I}$ . Es legt an der zu vermessenden Schaltung, also unserem Widerstand, eine konstante Spannung an. Der Zeiger des Meßgeräts richtet sich nun nach dem Magnetfeld aus, welches durch den mit der angelegten Spannung erzeugten Strom induziert wird. Der Strom ist nach dem Ohmschen Gesetz umgekehrt proportional zum Widerstand, weshalb die Nadel bei größerem Widerstand nach links ausschlagen wird.

### 1.6 Messung der Ursprungsspannung $U_0$ einer Trockenbatterie

Die zu messende Spannung  $U_0$  wird in Reihe mit einer entgegengesetzt gepolten Hilfsspannung  $U_H$  an ein empfindliches Spannungsmessgerät ( $\mu A$ -Multizet) angeschlossen.  $U_H$  wird nun so eingestellt, dass sich die beiden Spannungen eliminieren, also insgesamt eine Spannung von 0V vorliegt (also: am  $\mu A$ -Multizet 0V einstellen). Dann kann mittels des  $AV\Omega$ -Multizet der Betrag der zu messenden Spannung über der Hilfsspannungsquelle abgegriffen werden.



Dieses Verfahren findet dort Anwendung, wo die Spannung der Quelle sinkt, wenn man sie belastet. Grund hierfür ist der Innenwiderstand der Spannungsquelle. Da wir aber gerade im Moment der Messung eine Spannung von 0V in unserem Stromkreis vorliegen haben, ist ein Verlust ausgeschlossen, da kein Strom fließt. Dieses Verfahren ist also immer dann gut anwendbar, wenn die Spannung einer unbelasteten Quelle ermittelt werden soll.

### 1.7 Messung des Innenwiderstands der Trockenbatterie bei mäßiger Belastung

Hier soll nun der Innenwiderstand der Trockenbatterie durch Belastung mit verschiedenen Widerständen untersucht werden. Dazu verwenden wir die Kompensationschaltung aus Aufgabe 1.6. Zunächst stellen wir wieder wie eben die Differenzspannung zwischen  $U_0$  und  $U_H$  auf 0V. Anschließend schalten wir einen Lastwiderstand  $R_L$  dazu und lesen am Spannungsmessgerät die Differenzspannung  $\Delta U$  ab - um diesen Wert ist die Spannung aufgrund der Belastung gesunken. Für den Innenwiderstand  $R_i$  gilt:

$$U_L = U_0 - (U_0 - U_L) = U_0 - \Delta U = R_L \cdot I \quad (12)$$

$$\Delta U = R_i \cdot I \quad (13)$$

$$R_i = R_L \cdot \frac{\Delta U}{U_0 - \Delta U} \quad (14)$$

Dies soll für 4 verschiedene Widerstände durchgeführt werden:  $220\Omega$ ,  $110\Omega$ ,  $47\Omega$  und  $22\Omega$ .

## 2 Aufgabenteil 2

### 2.1 Messung des Gleichstromwiderstands einer Spule mit $\mu A$ -Multizet

Hierbei wird wie bei Aufgabe 1.5 vorgegangen - mittels des Ohmmeters, d.h. des  $\Omega$ -Meßbereichs des  $\mu A$ -Multizet, wird der Widerstand der Spule gemessen.

*Achtung:* Dies ist nur der ohmsche Widerstand des Drahtes der Spule, da wir unter Verwendung von Gleichstrom messen.

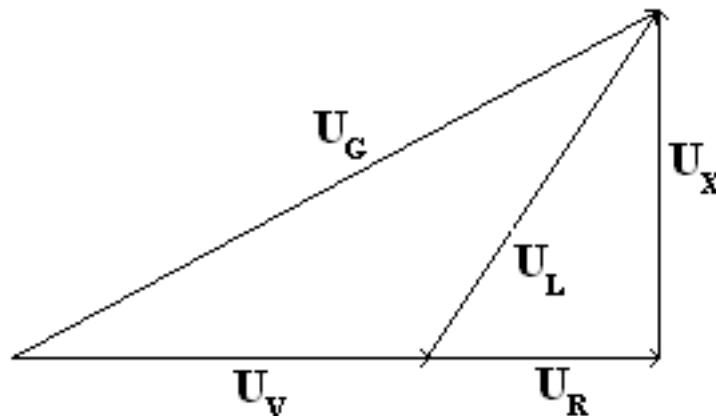
### 2.2 Messung der Induktivität $L$ und Verlustwiderstand $R$ der Spule

Die Spule mit der zu ermittelnden Induktivität  $L$  wird in Reihe mit einem Vorwiderstand  $R_V = 110\Omega$  an den Sinusgenerator angeschlossen, des Ausgangsspannung im so belasteten Zustand auf  $0,2V$  eingestellt wird. Die Messung soll bei niedriger Frequenz  $f = 30Hz$  durchgeführt werden. Nun sind zu messen:

- die Generatorspannung  $U_G$
- die Spannung am Vorwiderstand  $U_V$
- die Spannung an der Spule  $U_L$

Dabei ist auf den Hinweise zu achten: die geerdeten Anschlüsse von Sinusgenerator, netzbetriebem Millivoltmeter, Frequenzzähler und Phasendifferenzmessgerät müssen gemeinsam am selben Punkt der Schaltung angeschlossen sein, weswegen es bei dieser Aufgabe nötig ist, bei einer der Spannungsmessungen die Reihenfolge von Spule und Vorwiderstand zu ändern.

Aus den gemessenen Werden soll anhand eines Zeigerdiagramms in der komplexen Ebene der Verlustwiderstand  $R$  und die Induktivität  $L$  berechnet werden. Es ergibt sich damit:



Über den Satz von Pythagoras in den beiden Dreiecken ( $U_L/U_R/U_x$  und  $U_G/U_R + U_V/U_x$ ) und dem Ohmschen Gesetz ergibt sich:

$$\text{Verlustwiderstand: } R_L = R_V \cdot \frac{U_G^2 - U_L^2 - U_V^2}{2U_V^2} \quad (15)$$

Da für den induktiven Widerstand der Spule gilt:

$$R_x = \omega \cdot L \Rightarrow L = \frac{R_x}{\omega} = \frac{U_x}{\omega} \cdot \frac{R_V}{U_V} \quad (16)$$

Es ergibt sich wieder aus obigem Zeigerdiagramm mittels Pythagoras im kleinen Dreieck:

$$\text{Induktivität: } L = \frac{R_V}{U_V \cdot \omega} \cdot \sqrt{U_L^2 - U_R^2} \quad (17)$$

### 2.3 Bestimmung von $L$ , $R$ und $C$ eines Parallelschwingkreises

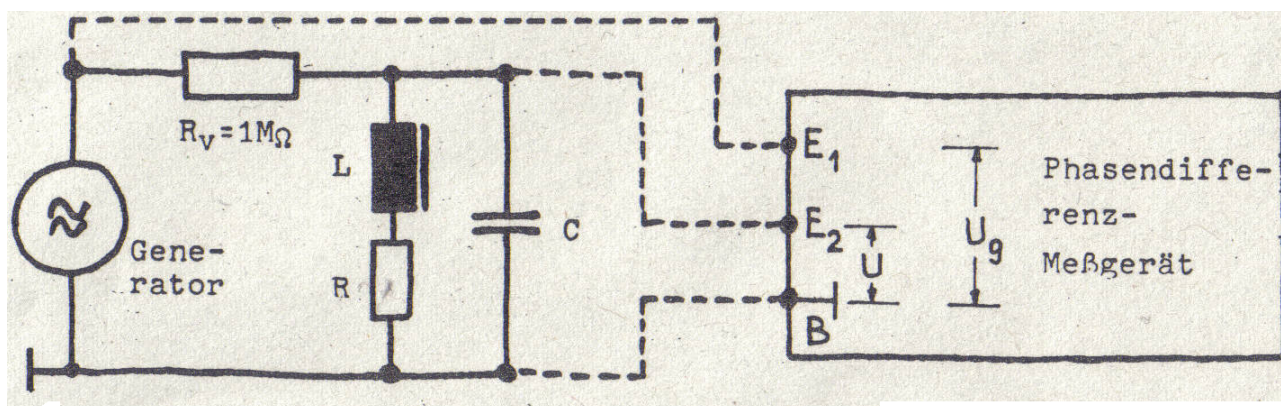
Eine Kondensator  $C_2$  und die Spule mit der Induktivität  $L$  werden parallel geschaltet und über einen  $1M\Omega$  Vorwiderstand an den Sinusgenerator angeschlossen, welche auf maximale Ausgangsspannung eingestellt sein soll. Zusätzlich wird das Phasendifferenzmessgerät verwendet, Anschluss: s. Skizze. Es soll nun in einem Intervall von 100Hz bis 400Hz in 20Hz-Schritten, bzw. in Resonanznähe in 5Hz-Schritten sowohl die Spannung am Schwingkreis als auch die Phasenverschiebung des Stroms gegenüber dem Sinusgenerator gemessen werden. Somit soll die Resonanzfrequenz  $\omega_0$  und die Halbwertsbreite  $\Delta\omega$  bestimmt werden und mit ihnen folgende Größen ermittelt werden:

$$\text{Resonanzwiderstand: } R_r = \tilde{U}_r \cdot \frac{R_V}{U_0} \quad (\tilde{U}_r : \text{Resonanzspannung}) \quad (18)$$

$$\text{Kapazität: } C_2 = \frac{\sqrt{3}}{\Delta\omega \cdot R_r} \quad (19)$$

$$\text{Induktivität: } L = R_r \cdot \frac{\Delta\omega}{\omega_0^2 \cdot \sqrt{3}} \quad (20)$$

$$\text{Schwingkreiswiderstand: } R = \frac{1}{3} \cdot R_r \cdot \left( \frac{\Delta\omega}{\omega_0} \right) \quad (21)$$



Aufgabe 2.3 Schaltskizze, Quelle: Vorbereitungshilfe

### 2.4 Wechselstromwiderstände der Spule und Kondensator $C_2$

Am Schwingkreis aus Aufgabe 2.3 wird nun die Resonanzfrequenz  $\omega_0$  eingestellt. Anschließend werden jeweils Strom und Spannung über den einzelnen Bauteilen gemessen. Ihr elektrischer Widerstand ergibt sich nun aus dem Ohmschen Gesetz  $R = \frac{U}{I}$ . Somit kann man aus den komplexen Scheinwiderständen im Wechselstromkreis die Kapazität und die Induktivität bestimmen:

$$Z_L = i\omega L \Rightarrow L = \frac{\sqrt{R_L^2 - R^2}}{\omega_0} \quad (22)$$

$$Z_C = \frac{1}{i\omega C} \Rightarrow C = \frac{1}{R \cdot \omega} = \frac{I_C}{U_C \cdot \omega} \quad (23)$$

## 2.5 Bestimmung des Innenwiderstands des Sinusgenerators

Für die Bestimmung des Innenwiderstands des Sinusgenerator bestimmt man zunächst die Leerlaufspannung, d.h.  $U_0$ . Anschließend belastet man den Generator mit einem regelbaren Widerstand ( $1k\Omega$ -Potentiometer) und zwar so, dass die Spannung auf die Hälfte der Leerlaufspannung absinkt, denn in diesem Fall sind Widerstand und Innenwiderstand des Sinusgenerators gleich groß, da über beiden dieselbe Spannung abfällt ( $R_i = R_{Poti}$ ).

Für die Stromstärke bei Reihenschaltung von Widerständen gilt allgemein:

$$I = \frac{U_0}{R_i + R} \quad (24)$$

Die Leerlaufspannung verteilt sich dann auf den Innen- und auf den Lastwiderstand:

$$U_0 = U_R + U_i, \quad U_R = R \cdot I \quad (25)$$

Für die Leistung gilt:

$$P = U_R \cdot I = R \cdot I^2 = R \cdot \frac{U_0^2}{(R + R_i)^2} \quad (26)$$

Das Maximum für  $P(R)$  liegt vor, wenn  $R = R_i$  ist:

$$\frac{dP}{dR} = \frac{U_0^2}{(R+R_i)^2} - 2R \cdot \frac{U_0^2}{(R+R_i)^3} = 0 \Leftrightarrow U_0^2 \cdot (R + R_i) - 2R \cdot U_0^2 = 0 \Leftrightarrow R = R_i$$

Somit gilt für die Maximalleistung:

$$P_{max} = \frac{U_0^2}{4R_i} \quad (27)$$

## 2.6 (Automatisierung)

Diese Aufgabe soll zwar nicht von mir bearbeitet werden, ich werde aber hier die Beschreibung zwecks späterem Nachschauen anfügen, da sich ja alle Gruppen beteiligen sollen.

An einen IBM-PC wurden ein Digital-Analog-Wandler (DAC) und ein Analog-Digital-Wandler (ADC) angeschlossen. Mit der Ausgangsspannung des DAC wird vom Computerprogramm aus die Frequenz eines speziellen Sinusgenerators (VCO, 'voltage controlled oscillator') eingestellt. Die Ausgangsspannung  $u_G$  des Generators ist frequenzunabhängig. Sie wird über einen Vorwiderstand  $R_V$  an einen Parallelschwingkreis ( $L = 1H; C = 0,1\mu F$ ) angeschlossen. Die Spannung  $u_S$  am Schwingkreis wird an den ADC angeschlossen und ist so vom Computer aus meßbar. (Der benutzte ADC-Eingang ist für Wechselspannungsmessungen um einen Spitzenwertdetektor ergänzt worden). Der Strom  $i_S$  durch den Schwingkreis wird vom Programm so berechnet:  $i_S = (u_G - u_S)/R_V$ . In dieser Formel kommt keine Phasenverschiebung vor. Es wird so getan, als sei der Schwingkreiswiderstand stets reell. Das stimmt jedoch nur im Resonanzfall. Allerdings ist bei großer Abweichung von der Resonanzfrequenz  $u_S$  so klein und bei geringer Abweichung die Phasenverschiebung so klein, daß der Fehler in obiger 'falscher' Formel nie groß wird. Die Verwendung dieser Formel ist jedenfalls besser, als die Annahme konstanten Stromes (vergl. Aufgabe 2.3).

Aus  $u_S$  und  $i_S$  wird vom Computer der Impedanzbetrag  $|Z_S|$  berechnet und über der Frequenz  $f$  aufgetragen. Im weiteren tut das Computerprogramm genau das, was zuvor auch bei Aufgabe 2.3 getan wurde: Resonanzwiderstand, Resonanzkreisfrequenz und Halbwertsbreite (oder die Breite in einer anderen Höhe) werden durch Interpolation ermittelt und daraus C, L und R berechnet. Dann berechnet der Computer noch den theoretischen  $|Z_S|$ -Verlauf zu dem gefundenen C, L und R und trägt ihn zum Vergleich zusätzlich zum experimentellen Verlauf auf. Diese theoretische Resonanzkurve kann durch Tastendrucke modifiziert werden (größeres/ kleineres L bzw. C bzw. R). So kann man sich z.B. den Einfluß von  $L \cdot C$  auf die Resonanzfrequenz  $f_0$  und den Einfluß von  $L/C$  auf die Güte Q (Resonanzschärfe) ansehen. Das Programm liegt im Quelltext vor (RESONANZ.BAS). Es wird mit Hilfe des Quick-Basic-Compilers ausgeführt. Dazu nur RESONANZ eintippen und die ENTER-Taste drücken. Es darf aber auch beliebig verändert (verschönert, ergänzt, korrigiert) werden. Ziele könnten dabei beispielsweise sein i) beste Anpassung der theoretischen Kurve an die gemessene über den ganzen Meßbereich (statt nur bei drei Punkten), durch einen 'least-squares-fit', ii) Berücksichtigung der Phasenverschiebung bei der  $i_S$ - bzw.  $|Z_S|$ -Bestimmung, iii) verbesserte Interpolationsverfahren bei der Ermittlung der drei charakteristischen Punkte. Computerbenutzung und Programmaufruf sind selbsterklärend. Einfach den Rechner einschalten und auf seine Fragen oder Erläuterungen warten! Außerdem hängt beim Versuch noch ein spezieller 'Rechnerfahrplan' für die Benutzung des Programms RESONANZ an der Wand. Wird als Programmaufruf RESONANZ eingegeben, so wird das Programm in übersetzter, direkt ausführbarer Form (EXE-Datei) aufgerufen, d.h. der Quick-Basic-Compiler wird nicht involviert.