Gruppe Mo-16
Jens Küchenmeister (1253810)
Julian Merkert (1229929)

Versuch: P1-14

Galvanometer

- Auswertung -

Versuchsdurchführung: Montag, 9.1.2006

Geräte, die auf der Wechselwirkung einer stromdurchflossenen Spule mit Magnetfeldern beruhen, heißen allgemein Galvanometer. Das hier verwendete Gerät beruht auf dem Prinzip, dass wenn ein Strom eine Spule in einem Permanentmagneten durchfließt, diese ein Drehmoment erfährt, welches gegen eine rücktreibende Kraft verwandt wird, um die Spule samt einem befestigten Zeiger zu drehen. In diesem Fall war das ein Spiegel, welcher einen dünnen Lichtstrahl auf ein ca. 25c m vor dem Galvanometer befestigten Schirm projizierte.

Inhaltsverzeichnis

1 Vorexperimente

a) Um die hohe Empfindlichkeit des Galvanometers zu testen, sollten wir den einen Zuleitungsstecker in die rechte und den anderen in die linke Hand nehmen und somit einen Stromkreis, der uns selbst enthält, schließen. Da unsere Körper bei weitem nicht neutral sind, in ihnen Ströme fließen und der Mensch ein eigenes Magnetfeld besitzt, war davon auszugehen, dass das Galvanometer diese kleinen Ströme würde messen können. Diese Vermutung bewahrheitete sich, denn bei beiden Versuchsteilnehmern wurde erfolgreich ein Ausschlag um etwa 20mm gemessen.

b) Das Galvanometer wurde an einen 100Ω Drahtdrehwiderstand angeschlossen, dessen Schleifer man nun hin- und herbewegen sollte. Dies sollte in der Theorie, ähnlich dem Bandgenerator, dazu führen, dass sich Elektronen ablösen, welche somit transportiert würden und als elektrischer Strom vom Galvanometer messbar wären. Just dies passierte auch: während man den Widerstand verstellte, zeigte sich auf dem Schirm ein Ausschlag. Es ist anzumerken, dass der Ausschlag jedoch sehr gering war, im Vergleich zum vorher gemessenen Körperstrom lediglich etwa 20% dessen. Es ließ sich auch beobachten, dass bei schnellerer Drehung am Widerstand, d.h. schnellerem Schleifen, die Auslenkung noch ein wenig erhöht wurde. Dies lässt sich daher erklären, dass eine schnellere Bewegung auch automatisch eine Temperaturerhöhung nach sich zieht. Da den Elektronen also zusätzlich Energie zugeführt wird, ist es leichter für sie, sich abzulösen und somit erhöht sich der Ausschlag.

c) Beim geöffneten Stromkreis ist kein Ausschlag des Galvanometers zu erkennen. Schließt man nun aber das Galvanometer an einen Drehwiderstand an, so beobachteten wir folgendes: der Lichtstrich, den das Galvanometer auf den Schirm warf, wanderte langsam zur Seite und kam nach kurzer Zeit und kurzem Weg zum Stillstand. Das Anschließen der Kontakte mag zwar nicht zu einm messbaren Strom geführt haben, jedoch haben sich unter Umständen einige Ladungsträger bewegt, denn durch den Anschluss des Widerstands ergab sich eine neue Ruhelage für das Galvanometer.

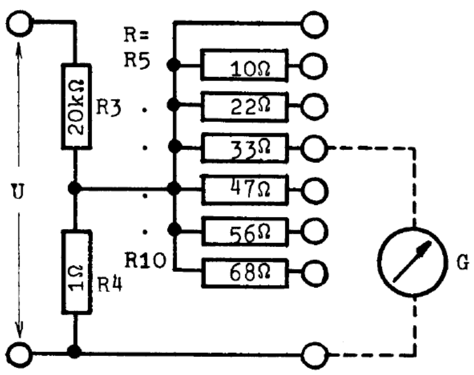
2 Statische Eigenschaften des Galvanometers

2.1 Innenwiderstand und Stromempfindlichkeit

Um den Galvanometer-Innenwiderstand und die statische Stromempfindlichkeit zu berechnen, nutzen wir den linearen Zusammenhang zwischen der reziproken Auslenkung $\frac{1}{\alpha}$ und dem jeweiligen Vorwiderstand R_x aus, den wir in der Vorbereitung hergeleitet haben:

$$\frac{1}{\alpha} = \underbrace{\frac{R_3}{C_I \cdot U_0 \cdot R_4}}_{m} \cdot R_x + \underbrace{\frac{R_3}{C_I \cdot U_0 \cdot R_4}}_{b} \cdot (R_G + R_4) \tag{1}$$

Wir müssen also den Ausschlag α des Galvanometers bei verschiedenen Vorwiderständen R_x messen, und dann den Kehrwert $\frac{1}{\alpha}$ über R_x auftragen. Dafür lieferte uns die Spannungsteilerschaltung 1 eine Spannung, die wir auf 1 V einstellten. Da Schaltung 2 bereits auf der gleichen Platine integriert war, mussten wir lediglich einige Kontakte überbrücken und das Galvanometer anschließen.

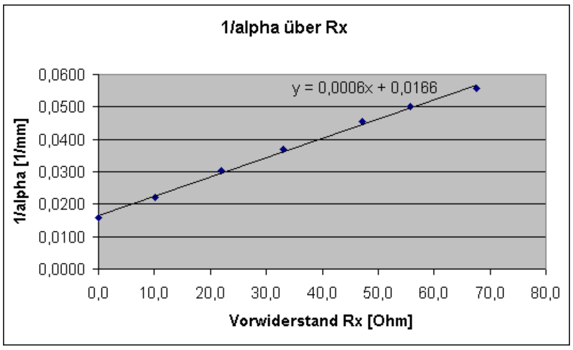


Schaltung 2

Für die verschiedenen Vorwiderstände R_x maßen wir folgende Ausschläge:

Vorwiderstand R_x [Ω]	Galvanometerausschlag α [mm]	$\frac{1}{\alpha}$ [$\frac{1}{mm}$]
0,0	63	0,0159
10,1	45	0,0222
22,0	33	0,0303
33,1	27	0,0370
47,1	22	0,0455
55,8	20	0,0500
67,6	18	0,0556

Trägt man nun den Kehrwert $\frac{1}{\alpha}$ über R_x auf, so sticht auf den ersten Blick der lineare Zusammenhang ins Auge - es ist also naheliegend, eine Ausgleichsgerade in das Schaubild einzuzeichnen:



Zur Berechnung der statischen Stromempfindlichkeit C_I durch Umformen von Formel (1) benötigen wir die Steigung der Ausgleichsgeraden. Wie im Fehlerskript gezeigt wird, lässt sich diese folgendermaßen berechnen:

$$m = \frac{N \cdot (\sum x_i y_i) - (\sum x_i) \cdot (\sum y_i)}{N \cdot \left(\sum x_i^2\right) - (\sum x_i)^2} \tag{2}$$

Hierbei entsprechen den folgenden Größen:

- N: Anzahl der Messungen, in diesem Fall $N = 7$
- y_i: y-Werte, in diesem Fall die reziproken Galvanometerausschläge $\frac{1}{\alpha}$
- x_i: x-Werte, in diesem Fall die Vorwiderstände R_x

Für den y-Achsenabschnitt b gilt dann, ebenfalls nach dem Fehlerskript:

$$b = \frac{\left(\sum x_i^2\right) \cdot (\sum y_i) - (\sum x_i) \cdot (\sum x_i y_i)}{N \cdot \left(\sum x_i^2\right) - (\sum x_i)^2} \tag{3}$$

Zur Berechnung der statistischen Abweichung von m und b benötigen wir die Varianz der y-Werte σ_y. Für diese gilt nach dem Fehlerskript:

$$\sigma_y^2 = \frac{1}{N-2} \sum (y_i - m \cdot x_i - b)^2 \tag{4}$$

Haben wir mit (4) die Varianz berechnet, lässt sich die Unsicherheit der Steigung σ_m und die Unsicherheit des y-Achsenabschnitts σ_b ermitteln:

$$\sigma_m = \sqrt{\frac{\sigma_y^2}{N \cdot \left(\sum x_i^2\right) - (\sum x_i)^2} \cdot N} \tag{5}$$

$$\sigma_b = \sqrt{\frac{\sigma_y^2}{N \cdot \left(\sum x_i^2\right) - (\sum x_i)^2} \cdot \sum x_i^2} \tag{6}$$

Relativwerte für die Unsicherheiten erhält man, indem man die Unsicherheit durch den ermittelten Wert teilt:

$$\sigma_m\ (rel.) = \frac{\sigma_m}{m} \tag{7}$$

$$\sigma_b\ (rel.) = \frac{\sigma_b}{b} \tag{8}$$

Mit dem Computeralgebrasystem Maple errechneten wir folgende Werte, hier zusammengefasst in einer Tabelle (Ausdruck der Maple-Datei im Anhang):

Größe	errechneter Wert	Einheit	berechnet mit...
Steigung m	0,0006	$\frac{1}{mm\cdot\Omega}$	Formel (2)
σ_m (abs)	0,000014	$\frac{1}{mm\cdot\Omega}$	Formel (5)
σ_m (rel)	2,4%		Formel (7)
y-Achsenabschnitt b	0,0166	$\frac{1}{mm}$	Formel (3)

Die Widerstände R_3 und R_4 für den Versuch P1-14 lauten:

Größe	Wert	Einheit
R_3	14,9	kΩ
σ_{R_3}	0,2	kΩ
R_4	0,70	Ω
σ_{R_4}	0,01	Ω

Die Toleranz der Widerstände beträgt laut Vorbereitung $\pm 1,5\%$, woraus sich obige Fehler errechneten. Die Spannung von $U_0 = 1$ V stellten wir mittels eines Messgerätes ein, dessen Auflösung mit einem halben Skalenteil (Skala mit 50 Schritten), in diesem Fall also $\sigma_{U_0} = \frac{0{,}5}{50} \cdot 1\ \mathrm{V} = 0,01\ \mathrm{V}$ angenähert werden kann. In der Vorbereitung haben wir bereits folgende Formel zur Berechnung der statischen Stromempfindlichkeit hergeleitet:

$$C_I = \frac{R_3}{m \cdot U_0 \cdot R_4} \tag{9}$$

Setzt man obige Werte in (9) ein, so erhält man:

$$C_I = 35,8 \cdot 10^6 \frac{mm}{A} \tag{10}$$

Um nun den den Fehler von C_I zu bestimmen, benötigt man die Formel für Fehlerfortpflanzung. Mit ihr folgt für den Fehler σ_{C_I}:

$$\begin{aligned}
\sigma_{C_I} &= \sqrt{\sigma_{R_3}^2 \left(\frac{\partial C_I}{\partial R_3}\right)^2 + \sigma_m^2 \left(\frac{\partial C_I}{\partial m}\right)^2 + \sigma_{U_0}^2 \left(\frac{\partial C_I}{\partial U_0}\right)^2 + \sigma_{R_4}^2 \left(\frac{\partial C_I}{\partial R_4}\right)^2} && (11)\\
&= \sqrt{\sigma_{R_3}^2 \left(\frac{1}{mU_0R_4}\right)^2 + \sigma_m^2 \left(-\frac{R_3}{m^2U_0R_4}\right)^2 + \sigma_{U_0}^2 \left(-\frac{R_3}{mU_0^2R_4}\right)^2 + \sigma_{R_4}^2 \left(-\frac{R_3}{mU_0R_4^2}\right)^2} && (12)\\
&= 1,2 \cdot 10^6 \frac{mm}{A} && (13)\\
&= 3,4\% && (14)
\end{aligned}$$

Hinweis: σ_m ist hierbei ein statistischer Fehler, während die anderen Abweichungen durch die Auflösung bzw. durch die Bauart bedingt sind.
In der Vorbereitung haben wir gezeigt, dass sich mit dem Wert bei $R_x = 0\,\Omega$ der Galvanometer-Innenwiderstand R_G bestimmen lässt:

$$R_G = \frac{C_I \cdot U_0 \cdot R_4}{R_3 \cdot \alpha} - R_4 \tag{15}$$

Der Galvanometerausschlag für $R_x = 0\,\Omega$ betrug $\alpha = 63$ mm. Da wir auch hier von einer Auflösung von einem halben Skalenteil (0,5 mm, da es sich um Millimeterpapier handelte) ausgehen, beträgt $\sigma_\alpha = 0,5$ mm. Setzt man die benötigten Werte nun in (15) ein, so erhält man:

$$R_G = 26,0\,\Omega \tag{16}$$

Mittels Fehlerfortpflanzung ergibt sich der Fehler zu:

$$\sigma_{R_G} = \sqrt{\sigma_{C_I}^2\left(\frac{\partial R_G}{\partial C_I}\right)^2 + \sigma_{U_0}^2\left(\frac{\partial R_G}{\partial U_0}\right)^2 + \sigma_{R_4}^2\left(\frac{\partial R_G}{\partial R_4}\right)^2 + \sigma_{R_3}^2\left(\frac{\partial R_G}{\partial R_3}\right)^2 + \sigma_{\alpha}^2\left(\frac{\partial R_G}{\partial \alpha}\right)^2} \quad (17)$$

$$= 1,1\,\Omega \quad (18)$$

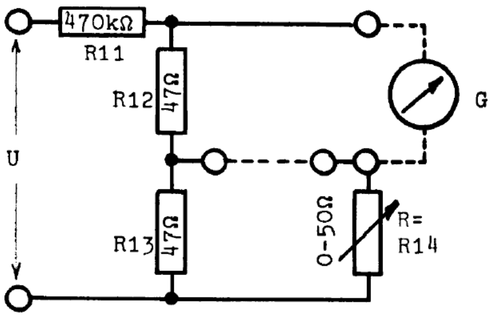
$$= 4,2\% \quad (19)$$

(Ausführliche Rechnung siehe Maple-Worksheet)

2.2 Brückenschaltung

2.2.1 Brücke offen

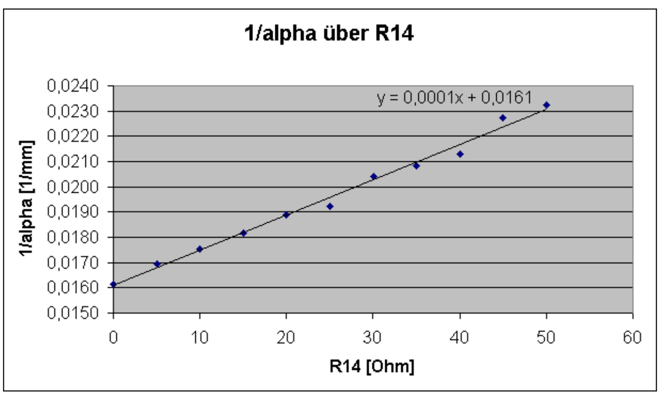
Die Spannung für diesen Versuch lieferte wieder Schaltung 1, die wir aber diesmal mit Schaltung 3 verbanden. Schon die augenscheinliche Ähnlichkeit von Schaltung 3 bei geöffneter Brücke mit Schaltung 2 lässt ein vergleichbares Verhalten vermuten:



Schaltung 3

In der Vorbereitung haben wir hergeleitet, dass auch hier ein linearer Zusammenhang zwischen $\frac{1}{\alpha}$ und R_{14} besteht, der sich experimentell gut bestätigte, wie Messtabelle und Diagramm offenbaren:

Vorwiderstand R_{14} [Ω]	Galvanometerausschlag α [mm]	$\frac{1}{\alpha}$ [$\frac{1}{mm}$]
0	62	0,0161
5	59	0,0169
10	57	0,0175
15	55	0,0182
20	53	0,0189
25	52	0,0192
30	49	0,0204
35	48	0,0208
40	47	0,0213
45	44	0,0227
50	43	0,0233



Auch hier berechnen wir wieder die Steigung sowie deren Fehler und notieren uns die Werte und Fehler der eingebauten Widerstände:

Größe	Wert	Einheit	Herkunft
Steigung m	0,00014	$\frac{1}{mm\cdot\Omega}$	Formel (2)
σ_m (abs)	$0,45 \cdot 10^{-5}$	$\frac{1}{mm\cdot\Omega}$	Formel (5)
σ_m (rel)	3,2%		Formel (7)
y-Achsenabschnitt b	0,0161	$\frac{1}{mm}$	Formel (3)
σ_b (abs)	0,00013	$\frac{1}{mm}$	Formel (6)
σ_b (rel)	0,8%		Formel (8)
R_{11}	477	kΩ	Tabelle der Vorbereitungshilfe
$\sigma_{R_{11}}$	7,2	kΩ	Tabelle der Vorbereitungshilfe
R_{12}	47	Ω	Tabelle der Vorbereitungshilfe
$\sigma_{R_{12}}$	0,7	Ω	Tabelle der Vorbereitungshilfe
R_{13}	47	Ω	Tabelle der Vorbereitungshilfe
$\sigma_{R_{13}}$	0,7	Ω	Tabelle der Vorbereitungshilfe
U_0	1	Volt	Messgerät
σ_{U_0}	0,01	Volt	

Die Gleichung der Ausgleichsgeraden lautet also mit den Werten aus obiger Tabelle:

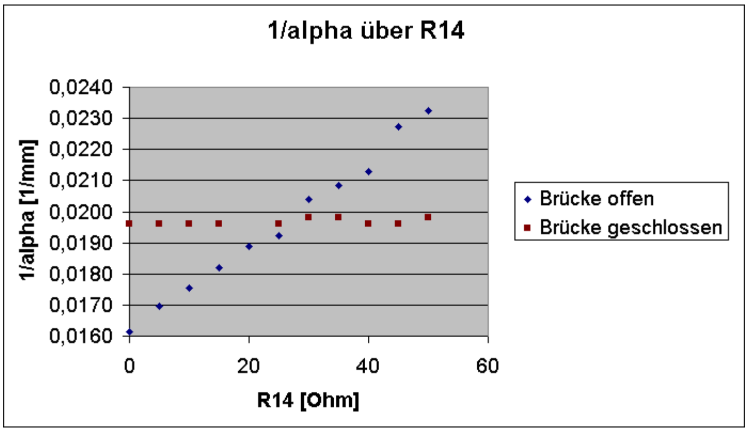
$$y = m \cdot x + b \tag{20}$$

2.2.2 Brücke geschlossen

Wie bereits in der Vorbereitung angedeutet, erwarten wir in diesem Fall eine quasi zur x-Achse parallele Gerade, da der Widerstand des Potentiometer-Kreises klein gegen den Vorwiderstand ist. Die Messwerte variieren kaum:

Vorwiderstand R_{14} [Ω]	Galvanometerausschlag α [mm]	$\frac{1}{\alpha}$ [$\frac{1}{mm}$]
0	51	0,0196
5	51	0,0196
10	51	0,0196
15	51	0,0196
20	51	0,0196
25	51	0,0196
30	50,5	0,0198
35	50,5	0,0198
40	51	0,0196
45	51	0,0196
50	50,5	0,0198

Jetzt zeichnen wir beide Geraden in ein Diagramm ein, bestimmen allerdings auch für den Fall „Brücke geschlossen“ die Steigung $\overline{m}$ und den y-Achsenabschnitt $\overline{b}$ der Ausgleichsgeraden (Formel: $y = \overline{m}\cdot x + \overline{b}$) sowie deren Fehler.



Größe	Wert	Einheit	Herkunft
Steigung $\overline{m}$	$0,29 \cdot 10^{-5}$	$\frac{1}{mm \cdot \Omega}$	Formel (2)
$\sigma_{\overline{m}}$ (abs)	$0,16 \cdot 10^{-5}$	$\frac{1}{mm \cdot \Omega}$	Formel (5)
$\sigma_{\overline{m}}$ (rel)	55,2%		Formel (7)
y-Achsenabschnitt $\overline{b}$	0,0196	$\frac{1}{mm}$	Formel (3)
$\sigma_{\overline{b}}$ (abs)	0,000048	$\frac{1}{mm}$	Formel (6)
$\sigma_{\overline{b}}$ (rel)	0,24%		Formel (8)

In der Vorbereitung haben wir gezeigt, dass mit dem Widerstand R_{14}, für den sich die beiden Geraden schneiden, der Innenwiderstand R_G des Galvanometers mit folgender Formel berechnet werden kann:

$$R_G = \frac{R_{14} \cdot R_{12}}{R_{13}} \tag{21}$$

Doch zunächst müssen wir diesen Schnittpunkt bestimmen. Hierzu setzen wir die beiden Geraden gleich:

$$\begin{aligned} m \cdot R_{14} + b &= \overline{m} \cdot R_{14} + \overline{b} && (22) \\ \Rightarrow R_{14} &= \frac{\overline{b} - b}{m - \overline{m}} && (23) \\ \Rightarrow R_{14} &= 25,6\,\Omega && (24) \end{aligned}$$

Mit der Formel für Fehlerfortpflanzung bestimmt man die Abweichung von R_{14}:

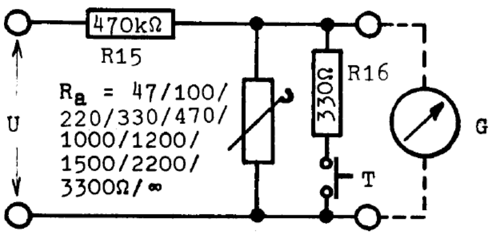
$$\begin{aligned} \sigma_{R_{14}} &= \sqrt{\sigma_{\overline{b}}^2 \left(\frac{\partial R_{14}}{\partial \overline{b}}\right)^2 + \sigma_b^2 \left(\frac{\partial R_{14}}{\partial b}\right)^2 + \sigma_m^2 \left(\frac{\partial R_{14}}{\partial m}\right)^2 + \sigma_{\overline{m}}^2 \left(\frac{\partial R_{14}}{\partial \overline{m}}\right)^2} && (25) \\ &= 0,95\,\Omega && (26) \\ &= 3,7\% && (27) \end{aligned}$$

R_G berechnet sich nun mit Formel (21). Da in Versuch P1-14 $R_{12} = R_{13}$ ist, gilt $R_G = R_{14}$, allerdings mit größerem Fehler σ_{R_G}, da die Widerstände zusätzliche Fehler verursachen:

$$\begin{aligned} R_G &= 25,6\,\Omega && (28) \\ \sigma_{R_G} &= \sqrt{\sigma_{R_{14}}^2 \left(\frac{\partial R_G}{\partial R_{14}}\right)^2 + \sigma_{R_{13}}^2 \left(\frac{\partial R_G}{\partial R_{13}}\right)^2 + \sigma_{R_{12}}^2 \left(\frac{\partial R_G}{\partial R_{12}}\right)^2} && (29) \\ &= 1,1\,\Omega && (30) \\ &= 4,3\% && (31) \end{aligned}$$

2.3 Statische Strom- und Spannungsempfindlichkeit

Um die Proportionalität zwischen α und U zu bestimmen, verwendeten wir Schaltung 4 mit dem Widerstand $R_a = \infty$.



Schaltung 4

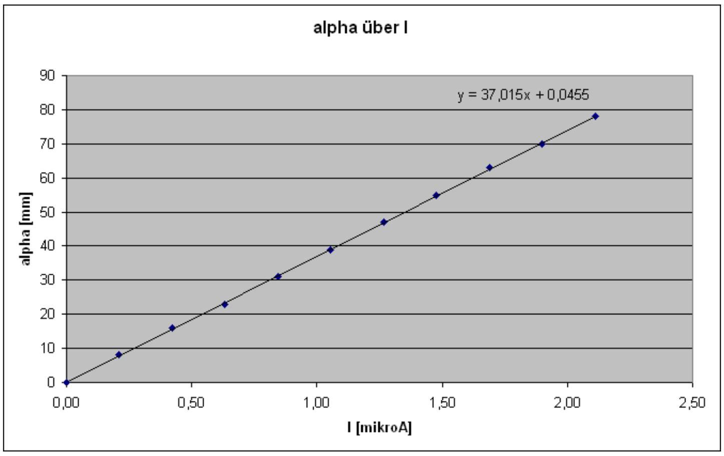
In der Vorbereitung haben wir gezeigt, dass aufgrund des im Vergleich zu den übrigen Bauteilen extrem hohen Vorwiderstands R_{15} für den Strom, der durch das Galvanometer fließt, näherungsweise folgendes gilt:

$$I = \frac{U}{R_{15}} \tag{32}$$

Für verschiedene Spannungen U maßen wir folgende Galvanometerausschläge α (I anschließend berechnet mit Formel (32)):

Spannung U [V]	Galvanometerausschlag α [mm]	Strom I [μ A]
0	0	0,00
0,1	8	0,21
0,2	16	0,42
0,3	23	0,63
0,4	31	0,84
0,5	39	1,05
0,6	47	1,27
0,7	55	1,48
0,8	63	1,69
0,9	70	1,90
1	78	2,11

Der lineare Zusammenhang wird im Schaubild sehr schön deutlich:



Mit Maple und den Formeln aus 2.1 bestimmen wir die Steigung sowie deren statistische Abweichung:

Größe	Wert	Einheit	Herkunft
Steigung m	$36,9 \cdot 10^6$	$\frac{mm}{A}$	Formel (2)
σ_m (abs)	$0,12 \cdot 10^6$	$\frac{mm}{A}$	Formel (5)
σ_m (rel)	0,3%		Formel (7)

Aufgrund der Beziehung $\alpha = C_I \cdot I$ und weil der y-Achsenabschnitt nahe 0 ist, ist die Steigung m der Ausgleichsgeraden gerade die statische Stromempfindlichkeit C_I, also:

$$C_I = m = 36,9 \cdot 10^6 \frac{mm}{A} \tag{33}$$

Dies kommt dem in Aufgabe 2.1 (10) ermittelten Wert recht nahe. Der statistische Fehler ist selbstverständlich gleich der Abweichung der Ausgleichsgeraden:

$$\sigma_{C_I} = \sigma_m = 0,12 \cdot 10^6 \frac{mm}{A} = 0,3\% \tag{34}$$

Für die statische Spannungsempfindlichtkeit gilt:

$$C_U = \frac{C_I}{R_G} \tag{35}$$

Setzt man die Werte für den Galvanometer-Innenwiderstand R_G ein, die wir in Aufgabe 1 ermittelt haben, so erhalten wir für die statische Spannungsempfindlichkeit und deren Fehler:

$$C_U = 1,42 \cdot 10^6 \frac{mm}{V} \tag{36}$$

$$\sigma_{C_U} = \sqrt{\sigma_{C_I}^2 \left(\frac{\partial C_U}{C_I}\right)^2 + \sigma_{R_G}^2 \left(\frac{\partial C_U}{R_G}\right)^2} \tag{37}$$

$$= \sqrt{\sigma_{C_I}^2 \left(\frac{1}{R_G}\right)^2 + \sigma_{R_G}^2 \left(\frac{C_I}{R_G^2}\right)^2} \tag{38}$$

$$= 0,06 \frac{mm}{V} \tag{39}$$

$$= 4,2\% \tag{40}$$

3 Schwingverhalten

Wir verwendeten für diese Aufgabe die Schaltung 4 aus der Vorbereitungsmappe (s.o.). Da wir bisher nur statische Eigenschaften des Galvanometers betrachtet hatten, wollen wir uns jetzt dem Schwingverhalten zuwenden. Dafür zogen wir schlicht das Kabel für das Galvanometer aus der Apparatur - somit wurde der Stromkreis geöffnet und das Galvanometer schwang, mit unterschiedlicher Dauer und Schwingungsanzahl, je nach Widerstand, in seine Ruhelage zurück. Während des Herausziehens des Kabels wurde eine Stoppuhr betätigt, dann wurde gewartet, bis der Zeiger erst zur einen Seite ausschwang, wendete und dann zur anderen Seite schwang (Schwingung um die Ruhelage); wobei er es natürlich nicht wieder so weit schaffte, wie anfangs, denn die Schwingung findet ja gedämpft statt. Der 2. Umkehrpunkt (α_1) wird notiert - die Ausgangsgangslage α_0 wurde ebenfalls notiert. So ging es weiter - der 4. Umkehrpunkt, etc. wurden allesamt notiert, bis der Zeiger wieder in seiner Ruhelage ankam. Dann wurde die Stoppuhr gestoppt. Von uns zu bestimmen war nun das Dämpfungsverhältnis, welches sich als

$$k_n = \frac{\alpha_n}{\alpha_{n+1}} \tag{41}$$

ergibt. Darüber hinaus sollte die Schwingungsdauer des Galvanometers ermittelt werden, welche sich als Quotient aus der Gesamtschwingdauer und der Anzahl der Schwingungen ergibt.
Es ergaben sich die folgenden Messwerte:

R_a *(in Ω)*	1001	1194	1500	2260	3300	∞
Gesamtschwingdauer (in s)	12,51	16,41	20,74	24,37	24,59	57,41
α_0 (mm)	76	76	77	78	78	79
α_1 (mm)	23	26	31	38	43	60
α_2 (mm)	7	9	12	19	25	45
α_3 (mm)	2	3	5	8	14	35
α_4 (mm)		1	2	5	8	26
α_5 (mm)			1	2	4	20
α_6 (mm)				1	2	15
α_7 (mm)					1	11
α_8 (mm)						8
α_9 (mm)						6
α_{10} (mm)						5
α_{11} (mm)						3,5
α_{12} (mm)						2,5
α_{13} (mm)						2

Somit ergibt sich für die Dämpfung für die jeweiligen Widerstände samt Mittelwert $\overline{k}$:

Widerstand (in Ω)	k_0	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5	k_6	k_7	k_8	k_9	k_{10}	k_{11}	k_{12}	$\overline{k}$
1001	3,30	3,29	3,5											3,36
1194	2,92	2,89	3	3										2,95
1500	2,48	2,58	2,4	2,5	2									2,39
2260	2,05	2	2,38	1,6	2,5	2								2,09
3300	1,81	1,72	1,79	1,75	2	2	2							1,87
∞	1,32	1,3	1,29	1,35	1,3	1,33	1,36	1,38	1,33	1,2	1,43	1,4	1,25	1,33

Hier bleibt festzuhalten, dass es wahrscheinlich eher ungünstig war, so viele Werte aufzunehmen, da die Skala einfacher bei großen α ablesbar ist (bzw. sich dort der realtive Fehler in Grenzen hält). Es wäre sinnvoll gewesen, bei 3mm oder 4mm Auslenkung vor der Ruhelage aufzuhören.

Für die Schwingungsdauern bei den einzelnen Widerständen ergibt sich:

Widerstand (in Ω)	1001	1194	1500	2260	3300	∞
Schwingungsdauer (in s)	4,17	4,10	4,15	4,06	4,10	4,10

Aus den Mittelwerten für die Schwingungsdauer lässt sich jetzt wiederum ein Mittelwert berechnen, die mittlere Schwingungsdauer des Galvanometer lautet unserer Messung nach: $\boxed{\overline{T} = 4,11s}$
Desweiteren können wir mittels

$$\beta_{Ra} = \frac{1}{T} \cdot ln\left(\frac{\alpha_n}{\alpha_{n+1}}\right) \tag{42}$$

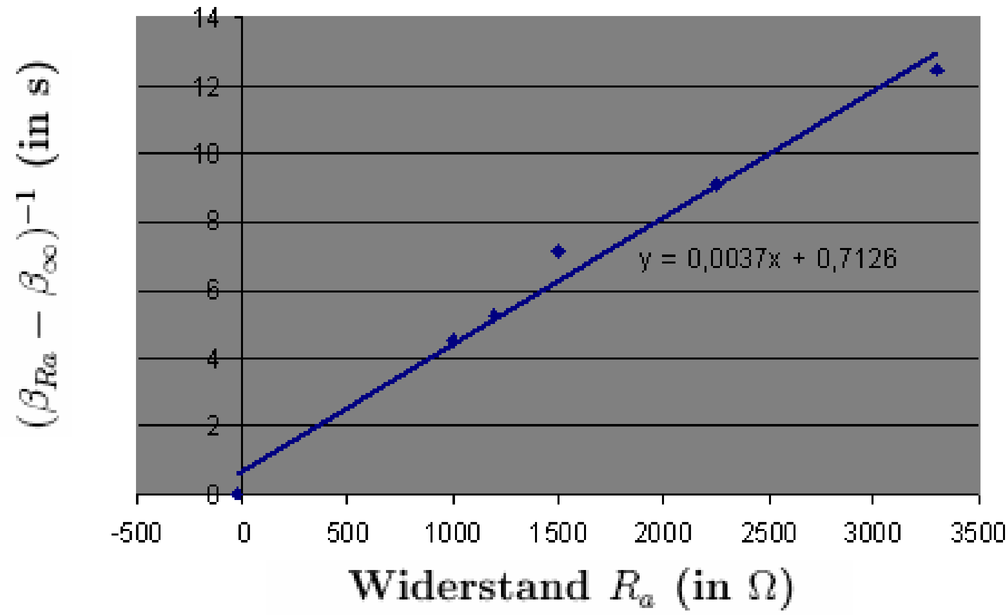
die Abklingkonstanten für die verschiedenen Widerstände R_a bestimmen:

β_{1001}	β_{1194}	β_{1500}	β_{2260}	β_{3300}	β_∞
0,29 Hz	0,26 Hz	0,21 Hz	0,18 Hz	0,15 Hz	0,07 Hz

Jetzt werden wir, um die Galvanometerkenngrößen ausrechnen zu können, $(\beta_{Ra} - \beta_\infty)^{-1}$ über R_a auftragen. Wir erhalten als Werte:

Widerstand R_a (in Ω)	1001	1194	1500	2260	3300	∞
$(\beta_{Ra} - \beta_\infty)^{-1}$ (in s)	4,55	5,26	7,14	9,09	12,50	

Es ergibt sich also das bereits angesprochene Diagramm, wobei allerdings noch ein Wert hinzugefügt werden soll: $(-R_G, 0)$. Dieser ergibt sich aus vorangegangenen Aufgabenteilen: In Aufgabe 2.1 erhielten wir $R_{G_{2.1}} = 26,0\Omega$, in Aufgabe 2.2 wurde $R_{G_{2.2}} = 25,6\Omega$ ermittelt. Ergo verwenden wir hier das arithmetische Mittel und der hinzukommende Punkt lautet: $(-25,8\Omega\ ,\ 0)$.



Nun ist die Frequenz des ungedämpften Galvanometers zu ermitteln, mit deren Hilfe wir später die Kenngrößen berechnen werden. Für die gesuchte Frequenz gilt:

$$\omega_0 = \sqrt{\left(\frac{2\pi}{T_\infty}\right)^2 + \beta_\infty^2} \tag{43}$$

Mit obigen Werten folgt für die von uns ermittelte Frequenz: $\boxed{\omega_0 = 1,53\ Hz}$

Desweiteren ergibt sich der Außenwiderstand, R_a, gr für die Grenzdämpfung, der bei $(\omega_0 - \beta_\infty)^{-1}$ abgelesen werden soll. Mit den Werten von oben ergibt sich: $(\omega_0 - \beta_\infty)^{-1} = 0,68s$. Setzt man dies als y-Wert in die Geradengleichung unserer Ausgleichsgerade ein ($y = 0,0037x + 0,7126$), so erhält man als Widerstandwert für die Grenzdämpfung: $R_a, gr = -7,48\ \Omega$.
Dies ist ein nicht so guter Wert. Der wirkliche Wert ergab sich, wie im Aufgabenblatt angedeutet, durch Schaltung 4. Betätigte man dort nämlich den Taster, so stellte man fest, dass der Zeiger des Galvanometers in sehr kurzer Zeit in Ruhe war, mit anderen Worten - mit geschlossenem Stromkreis am Taster, befinden wir uns recht nahe am Grenzwiderstand. Betrachtet man Schaltung 4, so sieht man, dass bei geschlossenem Taster der 330Ω-Widerstand und das Galvanometer parallel geschaltet sind. Für parallel geschaltete Widerstände gilt reziproke Addition:

$$R_a, gr = \left(\frac{1}{330\Omega} + \frac{1}{R_G}\right)^{-1} = \frac{R_G \cdot 330\Omega}{R_G + 330\Omega} = 24,0\Omega \tag{44}$$

Das heißt, dass sich unser Wert (mal abgesehen vom Vorzeichen) immerhin in der gleichen Größenordnung befindet, aber prozentual doch eher weiter weg liegt.

Was nun noch zu berechnen bleibt, sind die Galvanometerkenngrößen:

- Die Galvanometerkonstante G:

$$G = \frac{2}{m \cdot C_I' \cdot \omega_0^2} \tag{45}$$

- Das Trägheitsmoment Θ des schwingenden Systems:

$$\Theta = \frac{2}{m \cdot C_I'^2 \cdot \omega_0^4} \tag{46}$$

- Die Rückstellkonstante D der Torsionsaufhängung:

$$D = \frac{2}{m \cdot C_I'^2 \cdot \omega_0^2} \tag{47}$$

Dafür müssen wir aber noch beachten, dass C_I' als Drehwinkel im Bogenmaß von Spule, bzw. Drehspiegel, geteilt durch den entsprechenden Strom, genommen werden muss. Die Umrechnung von unserer bisherigen Abweichung in mm zu Bogenmaß ergibt sich folgendermaßen:

$$\alpha = 2 \cdot \varphi \cdot r;\ \varphi = \frac{C_I}{2r} \cdot I;\ C_I' = \frac{C_I}{2r} \tag{48}$$

$$\Rightarrow 2 \cdot \varphi \cdot r = \alpha = C_I \cdot I \quad \Rightarrow \varphi = C_I' \cdot I \tag{49}$$

Daher erklärt sich also die Forderung aus dem Aufgabenblatt, wobei sich der Faktor 1/2 in obiger Gleichung folgendermaßen erklärt: der Lichtstrahl ist doppelt so weit ausgelenkt wie der Spiegel (Einfallswinkel vom Strahl = Ausfallswinkel). C_I' kann jetzt einfach mittels $C_I' = \frac{C_I}{2r}$ berechnet werden, im Aufgabenblatt ist 0,25m für den Radius gegeben. Für C_I bedienen wir uns aus den vorangegangenen Aufgaben: $C_{I_{2.1}} = 3,58 \cdot 10^4 \frac{m}{A}$ aus Aufgabe 2.1 und $C_{I_{2.3}} = 3,69 \cdot 10^4 \frac{m}{A}$ aus Aufgabe 2.3. Wir bilden wieder das arithmetische Mittel und rechnen mit dem Wert $\overline{C_I} = 3,64 \cdot 10^4 \frac{m}{A}$ und es ergibt sich:

Die statische Stromempfindlichkeit (Bogenmaß): $C_I' = 7,27 \cdot 10^4\ \frac{1}{A}$

Die Galvanometerkonstante: $G = 3,18 \cdot 10^{-3}\ \Omega As$

Das Trägheitsmoment des schwingenden Systems: $\Theta = 1,87 \cdot 10^{-8}\ \Omega A^2 s^3$

Die Rückstellkonstante der Torsionsaufhängung: $D = 4,4 \cdot 10^{-8}\ \Omega A^2 s$

4 Stromstöße

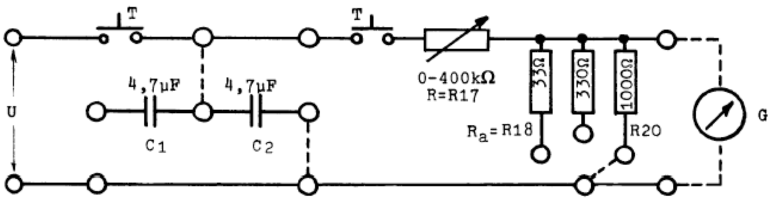
Bei den vorangegangenen Aufgaben floss der Strom zumindest solange, bis sich ein Gleichgewicht eingestellt hatte. Nun wollen wir aber untersuchen, wie sich das Galvanometer bei kurzen Stromstößen verhält. Der Einfachheit halber wird der kurze Stromstoß von einem Kondensator ausgeführt - da dessen Entladung aber exponentiell verläuft, ist es nicht möglich eine feste Länge des Stoßes anzugeben. Man wählt deshalb als gute Näherung für die Stromstoßdauer T_Q (nach dieser Zeit sind etwa 95% der Ladung abgeflossen):

$$T_Q = 3 \cdot R \cdot C \tag{50}$$

Für die Ladung eines Kondensators gilt bekanntlich:

$$\int I \; dt = Q = C \cdot U \tag{51}$$

Man verwendet Schaltung 5:



Schaltung 5

Wir sollten nun bei sehr kurzer Stromstoßdauer T_Q (dies ist einfach durch ein kleines R zu realisieren, d.h. man stellt das Potentiometer R_{17} auf 0Ω ein.) die Stromempfindlichkeit C_b des Galvanometers prüfen. Der Kondensator konnte mittels Knopfdruck ge- und entladen werden, bei der Entladung ergab sich dann (je nach Widerstand: 33Ω, 332Ω, 999Ω und $\infty\ \Omega$) ein Maximalausschlag, mit dem man die gesuchte Empfindlichkeit errechnen kann:

$$C_b = \frac{\alpha_{max}}{C \cdot U \cdot 2r} \tag{52}$$

Theoretisch lassen sich diese Werte ebenfalls berechnen und zwar in folgenden Fällen mit den entsprechenden Formeln, die sich aus der Differentialgleichung (s.Vorbereitungsmappe) herleiten, welche das Schwingverhalten des Galvanometers beschreibt:

- *Ballistische Empfindlichkeit bei minimaler Dämpfung, Schwingfall:* $R_a = \infty$

$$C_b = \frac{G}{\Theta \cdot \omega_0} \tag{53}$$

- *Ballistische Empfindlichkeit nahe der Grenzdämpfung, Grenzfall:* $R_a = 332\Omega$, $R_a = 999\Omega$

$$C_b = \frac{G}{\Theta \cdot \omega_0 \cdot e} \tag{54}$$

- *Fluxmetrische Empfindlichkeit, Kriechfall:* $R_a = 33\Omega$

$$C_b = \frac{R_a + R_G}{G} \tag{55}$$

Dabei wirkt sich der Term, der sich aufgrund der Parallelschaltung ergibt, nur bei kleinen R_a aus. Unsere Messwerte waren die Folgenden:

Ladespannung U = 0,2V, Kapazität des Ladekondensators $C = 5{,}52\mu F$

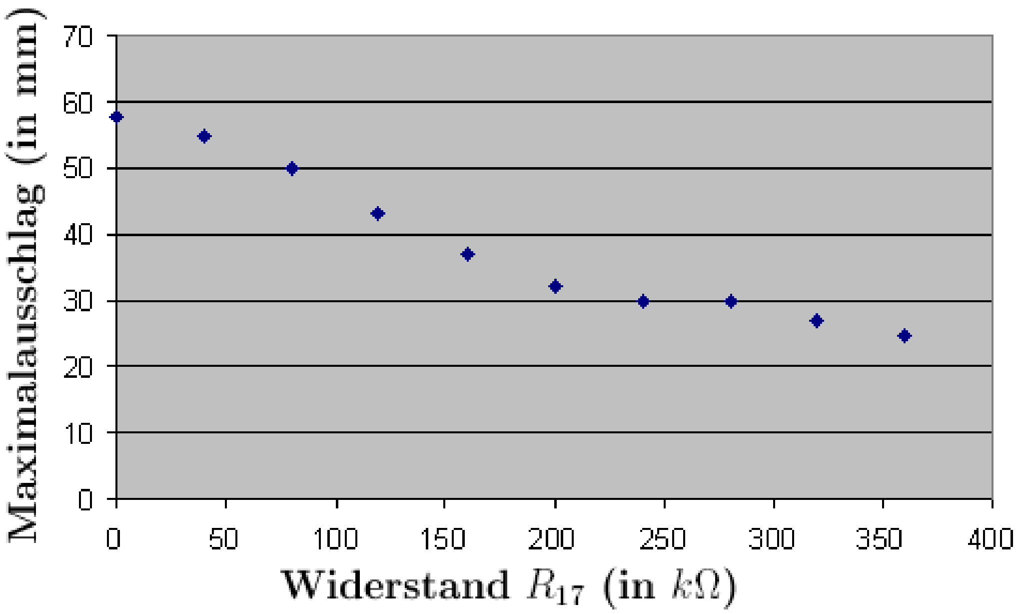
R_a (*in* Ω)	33	332	999	∞
Maximalausschlag α_{max} (in mm)	6	32	46	57

Es ergeben sich nun aus den obigen Formeln und den bisher gesammelten Werten für die Galvanometerkenngrößen folgende Werte:

Widerstände R_a (in Ω)	$C_{b_{exp}}$ (in $\frac{1}{C}$)	$C_{b_{theo}}$ (in $\frac{1}{C}$)	Prozentuale Abweichung
33	$1,09 \cdot 10^4$	$1,85 \cdot 10^4$	41,1%
332	$5,80 \cdot 10^4$	$4,10 \cdot 10^4$	41,5%
999	$8,33 \cdot 10^4$	$4,10 \cdot 10^4$	103,2%
∞	$1,03 \cdot 10^5$	$1,10 \cdot 10^5$	6,4%

Aufgrund der vielen möglichen Folgefehler kann man die wirkliche Güte der Messung schwer bewerten - da ja nämlich die Werte aus Aufgabe 3 durchaus auch stark fehlerbehaftet sein können, trüge sich der Fehler bis hierher weiter.
Am Schluss sollten wir uns noch durch mehrere Messungen mit größeren R-Werten davon überzeugen, dass nur für $T_Q << T$ die Stromstoßempfindlichkeit nahezu unabhängig von T_Q ist. Dafür maßen wir also bei unterschiedlichen Werten für R und $R_a = \infty$:

Widerstand R_{17} (in $k\Omega$)	Maximalausschlag (in mm)
0	58
40	55
80	50
120	43
160	37
200	32
240	30
280	30
320	27
360	25



Man erkennt hier deutlich, dass die Stromstoßempfindlichkeit, die proportional zur Auslenkung ist (s.o.), mit wachsendem R sinkt und von T_Q abhängig wird.

Es bleibt als letztes noch die Frage zu beantworten: Welchen Sinn haben ballistische Messungen?

In der Mechanik kann man sich zum Beispiel die Frage nach der Geschwindigkeit eines Projektils stellen - dafür schießt man es auf ein Pendel, beispielsweise einen Sandsack, und misst dann den Ausschlag des Pendels. Die Aussschlagshöhe des Pendels ist dann charakteristisch für die Energie, die das Projektil besaß und man kann mittels der Erhaltungssätze für Impuls und Energie zurückrechnen, welche Geschwindigkeit das Projektil vor dem Einschlag besessen haben muss.
Beim Galvanometer benutzen wir das gleiche Prinzip - der Ausschlag des Zeigers ist charakteristisch für den geflossenen Strom, denn es gilt:

$$\alpha_{max} = C_b \cdot \int_0^{T_Q} I \quad dt \tag{56}$$

Ist also die ballistische Empfindlichkeit unseres Galvanometers bekannt, können wir mittels des Maximalauschlags auf die durch das Galvanometer geflossene Ladung schließen (für kleine T).