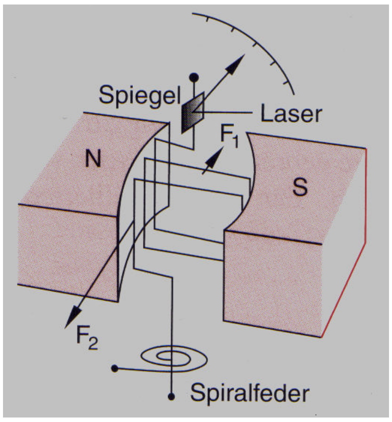
Versuch: P1-14

Galvanometer

- Vorbereitung -

Elektrische Ströme erzeugen Magnetfelder, welche Kräfte oder Drehmomente auf magnetische Dipole bewirken. Dies wird zur mechanischen Bewegung von Zeigern ausgenutzt. Geräte, die auf der Wechselwirkung einer stromdurchflossenen Spule mit Magnetfeldern beruhen, heißen allgemein *Galvanometer*. Als Beispiel ist das Drehspul-Amperemeter zu nennen, bei dem das zum Strom proportionale Drehmoment auf eine vom Messstrom durchflossene Spule in einem Permanentmagneten zur Drehung eines Zeiger (beispielsweise Laser auf sich drehende Spiegelfläche) gegen eine rücktreibende Kraft verwendet wird. Der Aufbau sieht folgendermaßen aus:



Drehspul-Amperemeter, Quelle: Demtröder

Inhaltsverzeichnis

1 Vorexperimente

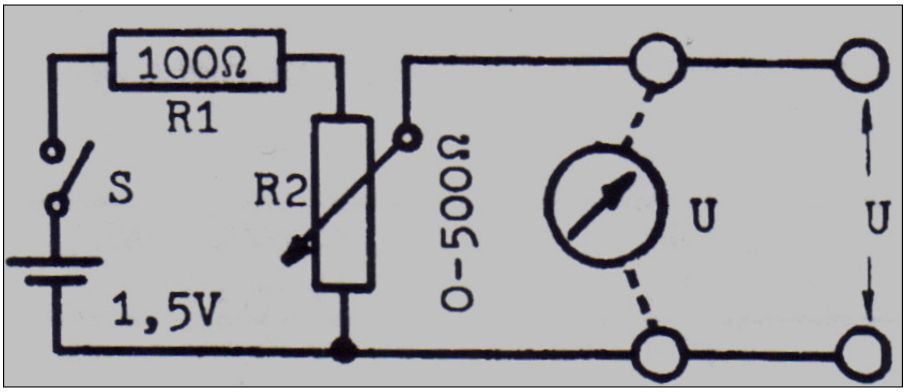
a) Um die hohe Galvanometerempfindlichkeit zu testen, nehmen wir einen Zuleitungsbananenstecker in die linke un die den anderen in die rechte Hand. Nun werden wir aufgrund von elektrostatischer Aufladung oder auch Strömen innerhalb unseres Körpers einen Ausschlag des Lichtzeigers erkennen können.

b) Das Galvanometer soll an einen 100Ω Drahtdrehwiderstand angeschlossen werden. Wenn man nun den Schleifer des Drehwiderstands hin-und herbewegt, dann werden durch das Schleifen, wie beispielsweise beim Bandgenerator, Elektronen abgelöst, die dann einen Ausschlag des Zeiger hervorrufen sollten. Hierbei dürfte auch die Schnelligkeit der Bewegung entscheidend sein - schnelle Bewegung bedeutet höhere Temperatur und somit auch höhere Bereitschaft der Elektronen sich abzulösen.

c) Bei offendem Galvanometer dürfte kein Ladungstransport in irgendeiner Weise stattfinden und somit auch kein Ausschlag ersichtlich sein. Schließt man den Drehwiderstand an, so könnten durch die Bewegung eventuell vereinzelt Elektronen bewegt werden und somit würde Ladung transportiert, also ein Strom durch einen Aussschlag erkennbar sein.

2 Statische Eigenschaften des Galvanometers

Die Versorgungsspannung U soll aus einem Spannungsteiler des folgenden Aufbaus entnommen werden:

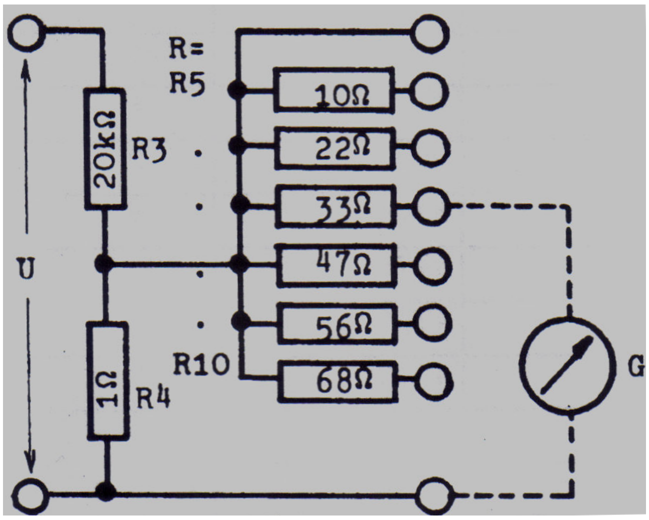


Schaltung 1 des Aufgabenblattes

Aufgrund der sehr hohen Empfindlichkeit ist grundsätzlich bei kleinen Spannungen zu beginnen, ein Nullabgleich ist mittels der verschiebbaren Skala durchzuführen. Bei Verwendung des Justierknopfes: nur um kleine Winkel drehen!

2.1 Innenwiderstand und Stromempfindlichkeit

Es soll nun der Galvanometerausschlag in Abhängigkeit vom Vorwiderstand gemessen werden, wozu wir folgende Schaltung aufbauen:



Schaltung 2 des Aufgabenblattes

Nun ist der Kehrwert des Ausschlagswinkels (α) gegen den Vorwiderstand (R_x) aufzutragen, wodurch sich, mittels einer Ausgleichsgeraden der Galvanometer-Innenwiderstand R_G und die statische Stromempfindlichkeit C_I bestimmen lässt. Diese ist nichts anderes als der Proportionalitätsfaktor (es wurde ja eingangs erwähnt, dass die Auslenkung und der Strom proportional sind):

$$\alpha = C_I \cdot I \tag{1}$$

Da $R_3 = 20k\Omega$ sehr viel kleiner ist als $R_4 = 1\Omega$, kann die Stromstärke im Hauptkreis praktisch als genau $I_0 = \frac{U_0}{R_3}$ angesehen werden, wobei U_0 die Spannung der Stromquelle bezeichne. Für die Zweigströme I im Galvanometerzweig und I' im Widerstand R_4 gilt (Kirchhoff'sche Regeln):

$$I + I' = I_0 \tag{2}$$

$$\frac{I'}{I} = \frac{R_G + R_x}{R_4} \tag{3}$$

Aus (2) und (3) folgt somit:

$$I = I_0 \cdot \frac{R_4}{R_G + R_4 + R_x} = U_0 \cdot \frac{R_4}{R_3} \cdot \frac{1}{R_G + R_4 + R_x} \tag{4}$$

Und damit mit (1):

$$\alpha = C_I \cdot U_0 \cdot \frac{R_4}{R_3} \cdot \frac{1}{R_G + R_4 + R_x} \tag{5}$$

Da wir den Kehrwert von α über den Vorwiderstand auftragen sollen, ergibt sich eine Geradengleichung der Form $y = a \cdot x + b$:

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{R_3 \cdot (R_G + R_4 + R_x)}{C_I \cdot U_0 \cdot R_4} = \underbrace{\left(\frac{R_3}{C_I \cdot U_0 \cdot R_4}\right)}_{a} \cdot R_x + \underbrace{\frac{R_3 \cdot (R_G + R_4)}{C_I \cdot U_0 \cdot R_4}}_{b} \tag{6}$$

Somit lässt sich die statische Stromempfindlichkeit leicht mittels der Ausgleichsgerade bestimmen - man ermittelt die Steigung a und formt folgendermaßen um:

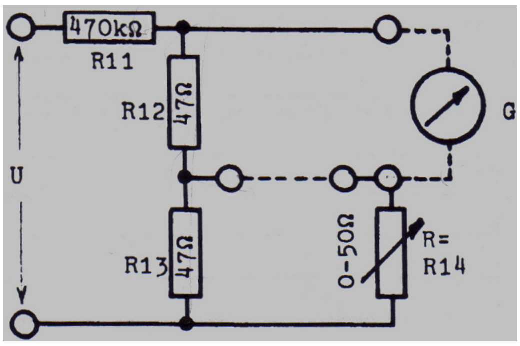
$$a = \left(\frac{R_3}{C_I \cdot U_0 \cdot R_4}\right) \quad \Rightarrow \quad C_I = \left(\frac{R_3}{a \cdot U_0 \cdot R_4}\right) \tag{7}$$

Der Innenwiderstand lässt sich ebenfalls leicht ermitteln - wählt man für $R_x = 0\Omega$ (Y-Achsenabschnitt!), dann erhält man aus (6) den Innenwiderstand R_G durch Umformung:

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{R_3 \cdot (R_G + R_4)}{C_I \cdot U_0 \cdot R_4} \quad \Rightarrow \quad R_G = \frac{C_I \cdot U_0 \cdot R_4}{\alpha \cdot R_3} - R_4 \tag{8}$$

2.2 Innenwiderstand bei offener/geschlossener Brückendiagonale

Wieder soll der Innenwiderstand des Galvanometers bestimmt werden, wozu wir folgende Schaltung aufbauen:



Schaltung 3 des Aufgabenblattes

Hierbei werden zwei Fälle unterschieden: die offene und die geschlossene Brückediagonale. Für diese beiden Fälle ergeben sich jeweils eine Gerade im Diagramm von α^{-1} über R_{14}, welche man schneidet und sich somit als Schnittpunkt den Innenwiderstand des Galvanometers konstruiert. Wie oben kann man wieder in beiden Fällen aufgrund des großen Verhältnisses des Vorwiderstands zum Ersatzwiderstand der folgenden Widerstände diese vernachlässigen und den Gesamtstrom annehmen als:

$$I_{ges} = \frac{U_0}{R_{11}} \tag{9}$$

a) Die offene Brückendiagonale

Für den Strom durch das Galvanometer ergibt sich wieder wie oben mittels Maschen-und Knotenregel:

$$I = U_0 \cdot \frac{R_{12} + R_{13}}{R_{11} \cdot (R_G + R_{12} + R_{13} + R_{14})} \tag{10}$$

Mittels (1) ergibt das:

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{1}{C_I \cdot I} = \frac{R_{11} \cdot (R_G + R_{12} + R_{13} + R_{14})}{C_I \cdot U_0 \cdot (R_{12} + R_{13})} \tag{11}$$

Dies kann man wieder in eine Gleichung der Form $y = a \cdot x + b$, also eine Gerade umformen:

$$\frac{1}{\alpha} = \underbrace{\left(\frac{R_{11}}{C_I \cdot U_0 \cdot (R_{12} + R_{13})} \right)}_{a} \cdot R_{14} + \underbrace{\frac{R_{11} \cdot (R_G + R_{12} + R_{13})}{C_I \cdot U_0 \cdot (R_{12} + R_{13})}}_{b} \tag{12}$$

Die statische Stromempfindlichkeit ließe sich analog zu (7) mit der Steigung berechnen.

b) Die kurzgeschlossene Brückendiagonale

Wenn die Brücke kurzgeschlossen ist, dann ist der Potentiometerwiderstand vernachlässigbar klein gegen den Vorwiderstand - deshalb ist als Graph eine horizontale Gerade zu erwarten, da das Potentiometer wie gesagt keinen Einfluss mehr hat. Mit der Näherung (9) ergibt sich für den Galvanometerstrom:

$$I = U_0 \cdot \frac{R_{12}}{R_{11}} \cdot \frac{1}{R_G + R_{12}} \tag{13}$$

Was sich mit (1) zu folgendem ergibt:

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{R_{11} \cdot (R_G + R_{12})}{C_I \cdot U_0 \cdot R_{12}} \tag{14}$$

Wie schon erklärt kommt hier kein veränderlicher Term mehr vor, d.h. es liegt eine zur X-Achse parallele Gerade vor.

Es sollte nun mittels a) und b) der Innenwiderstand als Schnittpunkt beider Geraden ermittelt werden. Dafür setzt man beide Geradengleichungen gleich:

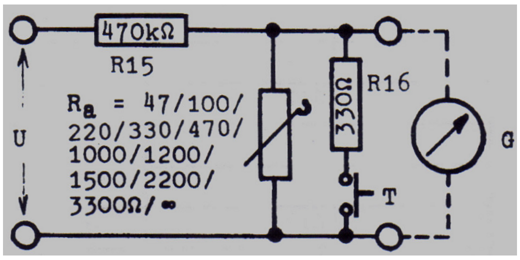
$$\frac{R_{11}}{C_I \cdot U_0 \cdot (R_{12} + R_{13})} \cdot R_{14} + \frac{R_{11} \cdot (R_G + R_{12} + R_{13})}{C_I \cdot U_0 \cdot (R_{12} + R_{13})} = \frac{R_{11} \cdot (R_G + R_{12})}{C_I \cdot U_0 \cdot R_{12}} \tag{15}$$

und erhält die simple Relation:

$$R_G = \frac{R_{14} \cdot R_{12}}{R_{13}} \tag{16}$$

2.3 statische Stromempfindlichkeit

Hier soll mit einer anderen Schaltung die statische Stromempfindlichkeit C_I erneut bestimmt werden. Dazu bauen wir folgende Schaltung auf:



Schaltung 4 des Aufgabenblattes

Es soll bei dieser Schaltung mit $R_a = \infty$ α in Abhängigkeit von der Spannung U gemessen werden. Dies dient dazu, dass wir (wie im folgenden erläutert) die zugehörigen Ströme errechnen können, α über I auftragen können und somit die statische Stromempfindlichkeit erhalten.
Da der Widerstand R_a unendlich groß ist, fließt der Strom nicht durch ihn, sondern annähernd ausschließlich durch den Vorwiderstand R_{15} und das Galvanometer. Somit ergibt sich in der Näherung für den Strom:

$$I = \frac{U}{R_{15} + R_G} \tag{17}$$

Mit dieser Umrechnung können wir nun α über I auftragen. Die Steigung der resultierenden Geraden ist (nach (1)) die statische Stromempfindlichkeit C_I, die gesucht war.

Desweiteren sollten noch einige Fragen beantwortet werden:

a) Warum kann man R_G nicht mitn einem üblichen Ohmmeter messen?

   Das liegt schlicht in der Empfindlichkeit des Galvanometers begründet - die in dieser Schaltung verwendeten Ströme sind viel zu klein, um mit einem normalen Ohmmeter gemessen werden zu können.

b) Wazu könnte der zum Galvanometer parallelschaltbare 330Ω-Widerstand dienen?

   Dieser Widerstand dient zur Stabilisierung des Zeigers: bewegt sich nämlich die Spule im Magnetfeld. so wird aufgrund des sich ändernden Magnetischen Flusses durch dien Spule ein Strom induziert, welcher im Widerstand als Wärme verloren geht und somit nicht mehr störend auf den Zeiger einwirken kann.

c) Wie ergibt sich die statische Spannungsempfindlichkeit C_U des Galvanometer?

   Diese ergibt sich schlicht als:

$$C_U = \frac{C_I}{R_G} \tag{18}$$

3 Schwingungsverhalten

Wir verwenden die gleiche Schaltung wie im der vorangegangenen Aufgabe. Wir haben bisher lediglich statische Eigenschaften betrachtet, jetzt wollen wir uns das Schwingverhalten des Galvanometers genauer anschauen - schaltet man nämlich den Strom ab, schwingt der Zeiger logischerweise langsam zurück in die Ruhelage. Durch die Veränderung der Position passiert das, was oben beschrieben wurde: ein Strom wird induziert, der dann teils als Wärme im Widerstand abfällt.
Es soll nun in diesem Versuch bestimmt werden:

a) Das Dämpfungsverhältnis, also der Quotient von Auslenkung (in mm) vorher und nachher:

$$k = \frac{\alpha_n}{\alpha_{n+1}} \tag{19}$$

b) Die Schwingungsdauer T

Diese sollen bei verschiedenen Widerständen R_a bestimmt werden, wobei optimal viele Schwingungen ausgenutzt werden sollen.
Desweiteren ist zu bestimmen oder zu zeichnen:

- Die Abklingkonstante β_{Ra}
  Da die Abklingung exponentiell abläuft, gilt für β_{Ra} eine logarithmischer Zusammenhang:

$$\beta_{Ra} = \frac{1}{T} \cdot ln\left(\frac{\alpha_n}{\alpha_{n+1}}\right) \tag{20}$$

- Ein Diagramm, in dem $(\beta_{Ra} - \beta_\infty)^{-1}$ über R_a aufgetragen wird.
  Als zusätzlicher Punkt ist $(-R_G, 0)$ einzutragen und dann die Ausgleichsgerade zu berechnen.
- Die Frequenz des ungedämpften Galvanometers:

$$\omega_0 = \sqrt{\left(\frac{2\pi}{T_\infty}\right)^2 + \beta_\infty^2} \tag{21}$$

- Der Außenwiderstand $R_{a,gr}$ für Grenzdämpfung, der bei $(\omega_0 - \beta_\infty)^{-1}$ abgelesen wird.
- Die drei Galvanometerkenngrößen G, Θ und D, die mit Hilfe der folgenden drei Gleichungen vom Aufgabenblatt berechnet werden (m bezeichne die Gleichung der Geraden, C'_I den Drehwinkel im Bogenmaß von Spule, bzw. Drehspiegel, geteilt durch den entsprechenden Strom), welche nur umgeformt werden müssen:

$$m = \frac{2 \cdot \Theta}{G^2}, \qquad \omega_0^2 = \frac{D}{\Theta}, \qquad C'_I = \frac{G}{D} \tag{22}$$

  - Die Galvanometerkonstante G:

$$G = \frac{2}{m \cdot C'_I \cdot \omega_0^2} \tag{23}$$

  - Das Trägheitsmoment Θ des schwingenden Systems:

$$\Theta = \frac{2}{m \cdot C'^2_I \cdot \omega_0^4} \tag{24}$$

  - Die Rückstellkonstante D der Torsionsaufhängung:

$$D = \frac{2}{m \cdot C'^2_I \cdot \omega_0^2} \tag{25}$$

4 Stromstöße

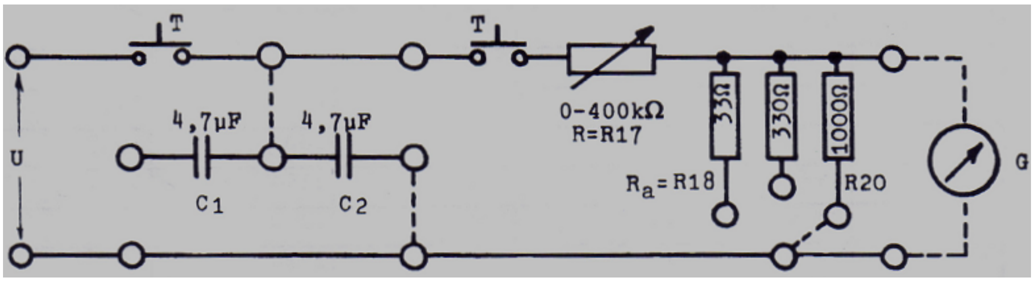
Bei den Vorangegangenen Aufgaben floss der Strom zumindest solange, bis sich ein Gleichgewicht eingestellt hatte. Nun wollen wir aber untersuchen, wie sich das Galvanometer bei kurzen Stromstößen verhält. Der Einfachheit halber wird der kurze Stromstoß von einem Kondensator ausgeführt - da dessen Entladung aber exponentiell verläuft, ist es nicht möglich eine feste Länge des Stoßes anzugeben. Man wählt deshalb als gute Näherung für die Stromstoßdauer T_Q (nach dieser Zeit sind etwa 95% der Ladung abgeflossen):

$$T_Q = 3 \cdot R \cdot C \tag{26}$$

Für die Ladung eines Kondensators gilt bekanntlich:

$$\int I \; dt = Q = C \cdot U \tag{27}$$

Wir bauen also folgende Schaltung auf:



Schaltung 5 des Aufgabenblattes

Aus (26) folgt auch, dass für unterschiedliche Widerstände R auch unterschiedliche Ausschläge erwartbar sind.
Für den Maximalausschlag gilt:

$$\alpha_{max} = \frac{1}{\lambda} \cdot C_b \cdot Q \tag{28}$$

mit

$$\lambda = e^{\left(\frac{\Lambda}{2\pi} \cdot arctan\left(\frac{2\pi}{\Lambda}\right)\right)} \tag{29}$$

C_b bezeichne hier die ballistische Empfindlichkeit, für die gelte:

$$C_b = C_I \cdot \frac{2\pi}{T_0} \tag{30}$$

Die Größe Λ ist abhängig vom Widerstand des Schließkreises R:

$$k = e^{\Lambda} = \frac{\alpha_n}{\alpha_{n+1}} \tag{31}$$

Für verschiedene Widerstände ergeben sich wie erwähnt unterschiedliche Ausschläge (es oll bei sehr kleiner Stromstoßdauer T_Q und R klein gemessen werden), weshalb man mehrere Fälle unterscheidet:

- *Ballistische Empfindlichkeit bei minimaler Dämpfung:* $R_a = \infty$

$$\alpha_{max} = \frac{G}{\Theta} \cdot Q \cdot \frac{1}{\omega_0} \tag{32}$$

$$C_b = \frac{G}{\Theta} \cdot \frac{1}{\omega_0} \cdot \frac{R_a + R_G}{R_a} \cdot \frac{1}{0,95} \tag{33}$$

- *Ballistische Empfindlichkeit bei* $R_a = 1000\Omega$

$$\alpha_{max} = \frac{G}{\Theta} \cdot Q \cdot \frac{1}{\omega_0} \cdot e^{\left(-\frac{\beta}{\sqrt{\omega_0^2-\beta^2}} \cdot arctan \frac{\sqrt{\omega_0^2-\beta^2}}{\beta}\right)} \tag{34}$$

$$C_b = \frac{G}{\Theta} \cdot \frac{1}{\omega_0} \cdot e^{\left(-\frac{\beta}{\sqrt{\omega_0^2-\beta^2}} \cdot arctan \frac{\sqrt{\omega_0^2-\beta^2}}{\beta}\right)} \cdot \frac{R_a + R_G}{R_a} \cdot \frac{1}{0,95} \tag{35}$$

- *Ballistische Empfindlichkeit nahe der Grenzdämpfung:* $R_a = 330\Omega$

$$\alpha_{max} = \frac{G}{\Theta} \cdot Q \cdot \frac{1}{\omega_0} \tag{36}$$

$$C_b = \frac{G}{\Theta} \cdot \frac{1}{\omega_0} \cdot \frac{R_a + R_G}{R_a} \cdot \frac{1}{0,95} \tag{37}$$

- *Fluxmetrische Empfindlichkeit:* $R_a = 33\Omega$

$$\alpha_{max} = \frac{G}{\Theta} \cdot Q \cdot \frac{1}{\omega_0} \cdot e^{\left(-\frac{\beta}{\sqrt{\omega_0^2-\beta^2}} \cdot arctan \frac{\sqrt{\omega_0^2-\beta^2}}{\beta}\right)} \tag{38}$$

$$C_b = \frac{G}{\Theta} \cdot \frac{1}{\omega_0} \cdot e^{\left(-\frac{\beta}{\sqrt{\omega_0^2-\beta^2}} \cdot arctan \frac{\sqrt{\omega_0^2-\beta^2}}{\beta}\right)} \cdot \frac{R_a + R_G}{R_a} \cdot \frac{1}{0,95} \tag{39}$$

  Wobei im Falle von $\beta >> \omega_0$ in der Näherung gilt:

$$\alpha_{max} = \frac{G}{\Theta} \cdot \frac{Q}{\beta} = Q \cdot \frac{R_a + R_G}{G} \tag{40}$$

$$C_b = \frac{R_a + R_G}{G} \cdot Q \cdot \frac{R_a + R_G}{R_a} \cdot \frac{1}{Q} \cdot \frac{1}{0,95} = \frac{(R_a + R_G)^2}{G \cdot R_a} \cdot \frac{1}{0,95} \tag{41}$$

Desweiteren sollen wir uns noch durch mehrere Messungen mit größeren Werten für R davon überzeugen, dass nur für $T_Q << T$ die Stromempfindlichkeit als nahezu unabhängig von T_Q ist.

Es bleibt als letztes noch die Frage zu beantworten: Welchen Sinn haben ballistische Messungen?

In der Mechanik kann mich sich zum Beispiel die Frage nach der Geschwindigkeit eines Projektils stellen - dafür schießt man es auf ein Pendel, beispielsweise ein Sandsack, und misst dann den Ausschlag des Pendels. Die Aussschlagshöhe des Pendels ist dann charakteristisch für die Energie, die das Projektil besaß und man kann mittels der Erhaltungssätze für Impuls und Energie zurückrechnen, welche Geschwindigkeit das Projektil vor dem Einschlag besessen haben muss.
Beim Galvanometer benutzen wir das gleiche Prinzip - der Ausschlag des Zeigers ist charakteristisch für den geflossenen Strom, denn es gilt:

$$\alpha_{max} = C_b \cdot \int_0^{T_Q} I \quad dt \tag{42}$$

Ist also die ballistische Empfindlichkeit unseres Galvanometers bekannt, können wir mittels des Maximalauschlags auf die durch das Galvanometer geflossene Ladung schließen (für kleine T).