Versuch: P1-40

Geometrische Optik

- Vorbereitung -

Vorbemerkung
Die Wellennatur des Lichts ist bei den folgenden Versuchen vernachlässigbar, da die geometrischen Abmessungen stets groß gegenüber der Wellenlänge sind. Im ersten Teil wird die Brennweite einer Linse und eines Zweilinsensystems mit verschiedenen Messmethoden bestimmt. Im zweiten Teil geht es um die Konstruktion einiger optischer Geräte wie Fernrohr oder Mikroskop.

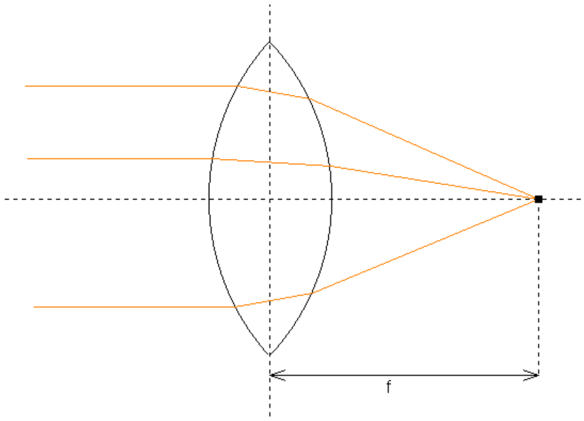
Inhaltsverzeichnis

1 Brennweiten-Bestimmung

1.1 Bestimmung der Brennweite einer Sammellinse

Die Brennweite f einer Sammellinse ist der Abstand von der Linse, bei dem parallel einfallendes Licht gebündelt wird. Die Brennweite hängt von den Krümmungsradien der beiden Linsenflächen ab, lässt sich aber mit einfachen Mitteln experimentell bestimmen:

- Man lässt ein paralleles Lichtbündel (z.B. Sonnenlicht kann als parallel angenommen werden, da die Sonne ausreichend weit von der Erde entfernt ist) senkrecht auf die Linse treffen.
- Mit einem Schirm wird der Bereich hinter der Linse untersucht. Der „Brennpunkt“ ist an der Position, an dem der Lichtpunkt auf dem Schirm am kleinsten ist.
- Mit dem Maßstab wird der Abstand zwischen Schirm und Linse gemessen, dies ist die gesuchte Brennweite f.



1.2 Brennweiten-Bestimmung mit dem Besselschen Verfahren

Das Besselsche Verfahren ermöglicht eine genauere Bestimmung der Brennweite als die Methode, die in 1.1 angewandt wurde. Dieses Verfahren eignet sich deshalb auch zur Messung von folgenden Linsenfehlern, die in der Regel zu klein sind, um bei Messungen analog zu 1.1 wahrgenommen zu werden:

- Sphärische Aberration (Zonenfehler): Achsenferne Strahlen eines parallelen Lichtbündels fallen unter einem anderen Einfallswinkel auf „ihre“ Linsenzone als achsennahe. Deshalb liegt der Schnittpunkt achsenferner Strahlen mit der optischen Achse („Brennpunkt“) näher an der Linse als bei achsennahen Strahlen.
- Chromatische Aberration (Farbfehler): Die Brechzahl n des Materials der Linse ist von der Wellenlänge des Lichtes abhängig. So wird z.B. blaues Licht ($\lambda = 480$ nm) stärker gebrochen als rotes ($\lambda = 650$ nm), deshalb liegt der Brennpunkt für blaues Licht näher an der Linse.

Um diese Fehler zu untersuchen, wird der Versuch unter vier Bedingungen durchgeführt:

1. Rotes Licht
2. Blaues Licht
3. Inneres Linsengebiet
4. Äußeres Linsengebiet

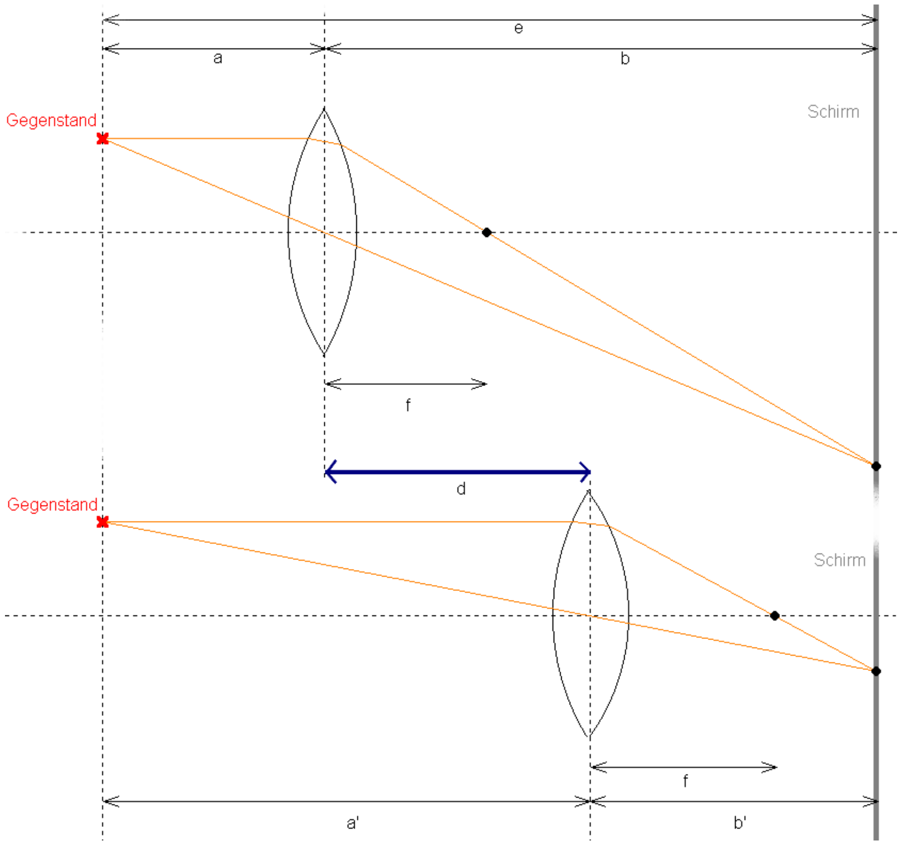
Das Besselsche Verfahren nutzt die Tatsache aus, dass es für einen festen Abstand e zwischen einem Gegenstand und dem Schirm genau zwei Positionen der Linse gibt, für die das Bild auf dem Schirm scharf erscheint. Die Größen seien folgendermaßen bezeichnet (siehe Skizze):

- Abstand der Linse vom Gegenstand: a, a' (a' für die zweite Position)

- Abstand der Linse zum Schirm: b, b'
- Abstand Gegenstand - Schirm: e, also:

$$e = a + b \tag{1}$$

- Brennweite der Linse: f



Für eine dünne Linse gilt die Linsengleichung:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \tag{2}$$

Aus (1) und (2) folgt:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{e-a} \tag{3}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{e}{ea - a^2} \tag{4}$$

$$f = \frac{ea - a^2}{e} \tag{5}$$

$$a^2 - ea + ef = 0 \tag{6}$$

$$a_{1,2} = \frac{e}{2}\left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{4f}{e}}\right) \tag{7}$$

Damit man die benötigten zwei Lösungen erhält, muss $\frac{4f}{e} < 1 \Leftrightarrow e > 4f$ gelten. Die Verschiebung d der Linse von der ersten zur zweiten Position beträgt nach (7):

$$|d| = e\sqrt{1 - \frac{4f}{e}} \tag{8}$$

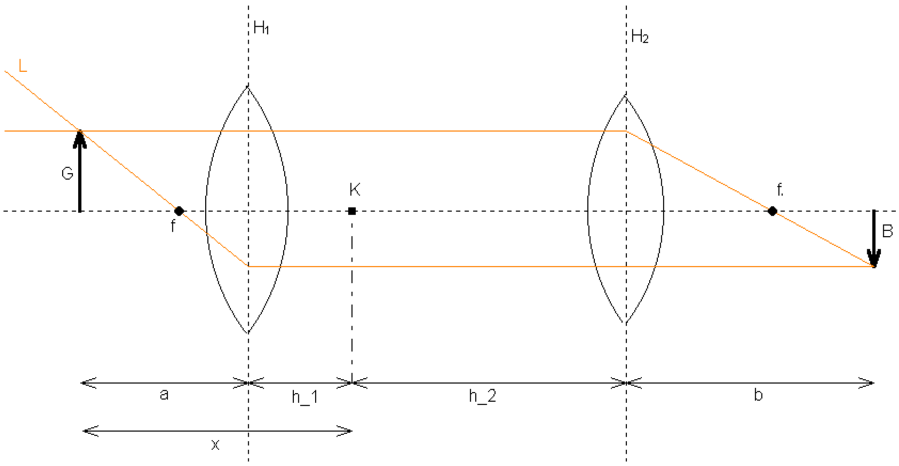
Aufgelöst nach der Brennweite f ergibt sich die Formel:

$$f = \frac{1}{4}\left(e - \frac{d^2}{e}\right) \tag{9}$$

1.3 Brennweiten-Bestimmung eines Zweilinsensystems mit dem Abbéschen Verfahren

Bei diesem Versuch geht es darum, aus der Messung der Brennweite eines Zweilinsensystems auf die Brennweiten der einzelnen Linsen zu schließen. Da die Hauptebenen H_1 und H_2 als Bezugsorte für Brennweite, Gegenstandslage etc. nicht bekannt sind, muss das Abbésche Verfahren angewandt werden:

1. Linsensystem auf der optischen Bank installieren
2. Einen festen Punkt K als Bezugspunkt zwischen den Linsen markieren (der Einfachheit halber eine der Kanten des Stativs, mit denen die Linsen auf die Bank geschraubt werden)
3. Einen Gegenstand durch das Linsensystem auf einem Schirm abbilden und seine Vergrößerung bestimmen:
$$\gamma = \frac{B}{G} = \frac{b}{a}$$
(B=Bildgröße, G=Gegenstandsgröße)
4. Den Kehrwert der Vergrößerung ($\frac{1}{\gamma}$) gegen den Abstand x des Gegenstands zu unserem Bezugspunkt K in einer Messreihe aufnehmen



Um zu zeigen, dass zwischen x und $\frac{1}{\gamma}$ ein linearer Zusammenhang besteht, formen wir die Linsengleichung (10) durch Erweitern mit a und Einsetzen von γ um:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \tag{10}$$
$$\frac{a}{f} = 1 + \frac{a}{b} \tag{11}$$
$$\frac{a}{f} = 1 + \frac{1}{\gamma} \tag{12}$$
$$\frac{1}{\gamma} = \frac{a}{f} - 1 \tag{13}$$

Wie aus der Skizze ersichtlich, setzt sich x aus der Gegenstandsweite a und dem Abstand von K zur Hauptebene H_1 zusammen, also $x = a + h_1$. Daraus folgt mit $a = x - h_1$:

$$\frac{1}{\gamma} = \frac{x - h_1}{f} - 1 \tag{14}$$

Nach x auflösen:

$$\frac{1}{\gamma} + 1 = \frac{x - h_1}{f} \tag{15}$$
$$f(\frac{1}{\gamma} + 1) = x - h_1 \tag{16}$$
$$x = f(\frac{1}{\gamma} + 1) + h_1 \tag{17}$$

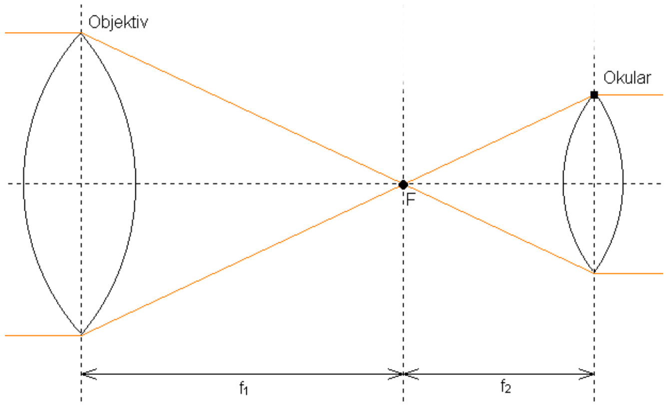
x sollte also proportional zu $\frac{1}{\gamma}$ sein, bzw. alle Messpunkte sollten auf einer Geraden liegen. f lässt sich als Steigung einer Ausgleichsgeraden bestimmen, mit dem extrapolierten y-Achsenabschnitt A lässt sich $h_1 = f(A-1)$ errechnen. Mit einer Drehung des Linsensystems um 180° kann auf die gleiche Weise ein Wert für h_2 ermittelt werden - zusammen mit einem weiteren Wert für f, der möglichst mit dem ersten übereinstimmen sollte.

2 Aufbau optischer Instrumente

2.1 Fernrohr

2.1.1 Keplersches (astronomisches) Fernrohr

Den Aufbau eines Fernrohrs aus zwei konvexen Linsen beschrieb Johannes Kepler bereits im Jahre 1611. Weil sich bei dieser Bauweise der Strahlengang im Teleskop kreuzt, entsteht hierbei ein um 180° gedrehtes Bild (seitenverkehrt und auf dem Kopf stehend).



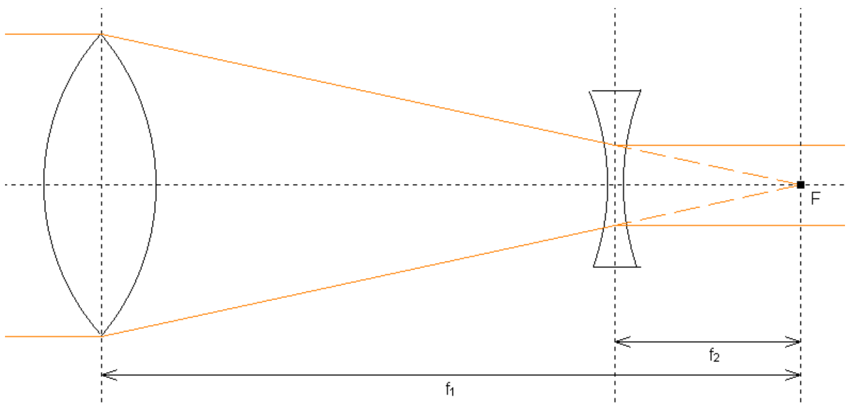
Die erste Linse (Objektiv) mit der Brennweite f_1 erzeugt ein virtuelles Bild des betrachteten Gegenstands. Dieses virtuelle Bild wird durch die zweite Linse (Okular, Brennweite f_2) wie durch eine Lupe betrachtet - deshalb muss der Abstand der beiden Linsen $d = f_1 + f_2$ betragen. Die Vergrößerung γ des Keplerschen Fernrohrs berechnet man durch

$$\gamma = \frac{\text{Sehwinkel mit Fernrohr}}{\text{Sehwinkel ohne Fernrohr}} = \frac{f_1}{f_2}$$

Die geforderte sechsfache Vergrößerung ließe sich also z.B. durch Kombination der Linsen mit 30cm und 5cm Brennweite erreichen.

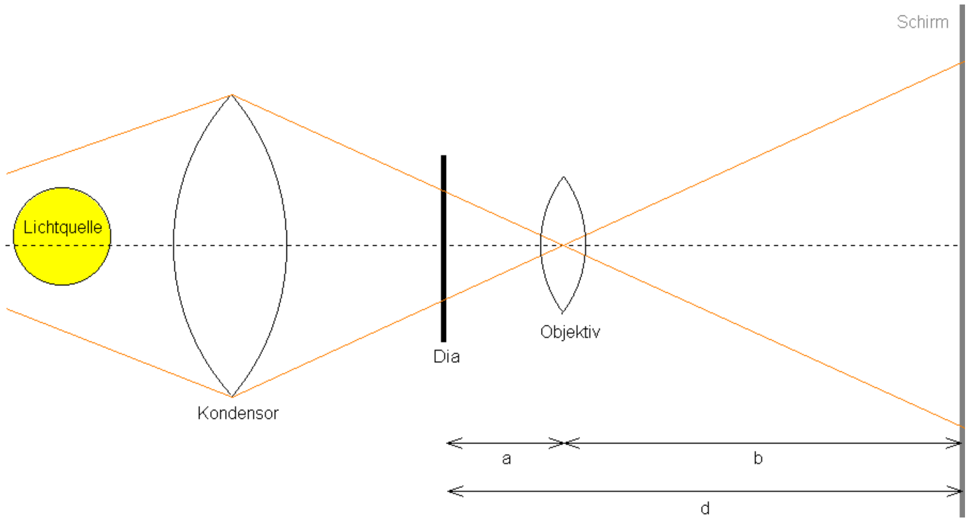
2.1.2 Galileisches Fernrohr

Beim Galileischen Fernrohr ist das Objektiv ebenfalls eine Sammellinse, während das Okular bikonkav ist. Neben einer kürzeren Bauweise ist ein aufrechtes Bild der Vorteil dieser Anordnung. Der Abstand der beiden Linsen ist gleich der Differenz der Brennweiten: $d = f_1 - f_2$.



2.2 Dia-Projektor

Für einen Diaprojektor wird eine starke Lichtquelle benötigt, die das gesamte Dia möglichst gleichmäßig ausleuchtet. Eine Sammellinse (Kondensor genannt) bündelt das Licht so, dass es durch das Dia hindurch im Objektiv (ebenfalls eine Sammellinse) auf einem Punkt auftrifft.



Aus der Linsengleichung (18) und $d = a + b$ folgt:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \tag{18}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{d-a} \tag{19}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{d}{ad - a^2} = \frac{a+b}{ab} \tag{20}$$

$$\tag{21}$$

Weil $d = 1,5$ m und $\frac{b}{a} = 10$ sein soll, ergibt sich:

$$a = 13,6\,\mathrm{cm} \tag{22}$$

$$b = 136,4\,\mathrm{cm} \tag{23}$$

$$f = 12,4\,\mathrm{cm} \tag{24}$$

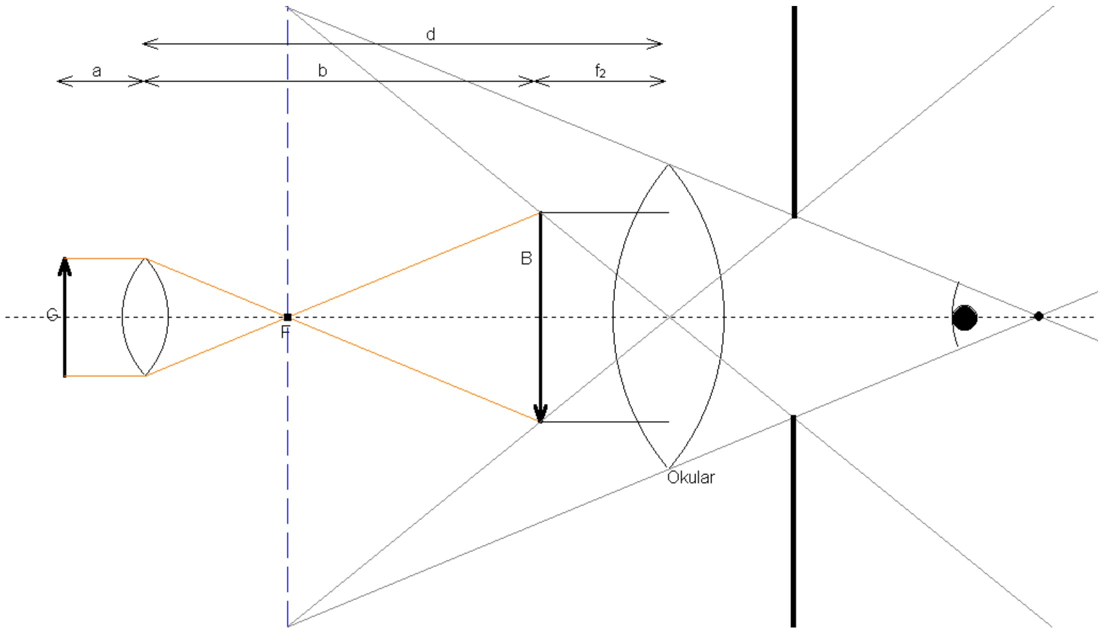
$$\tag{25}$$

2.3 Mikroskop

Wie das Keplersche Fernrohr besteht auch das Mikroskop aus zwei Sammellinsen. Das Objektiv projeziert ein virtuelles, stark vergrößertes Bild in die Ebene des Okulars. Durch das Okular hindurch, das hier wieder als „Lupe“ fungiert, kann dann das virtuelle Bild vergrößert betrachtet werden. Für die Vergrößerungen gilt:

$$\gamma = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \approx \frac{\tan\varepsilon}{\tan\varepsilon_0} = \frac{b \cdot s_0}{a \cdot f_2}$$

mit ε_0 = Sehwinkel ohne Mikroskop, ε = Sehwinkel mit Mikroskop, b = Bildweite, s_0 = Nahbereichspunkt des menschlichen Auges (ca. 25 cm), a = Gegenstandsweite und f_2 = Okularbrennweite.



Mit dem Abstand der beiden Linsen $d = b + f_2$ und da $a \approx f_1$ gilt, folgt für die Vergrößerung:

$$\gamma \approx \frac{(d - f_2)s_0}{f_1 f_2}$$

Die Vergrößerung verhält sich antiproportional zu den Brennweiten. Technisch ist es nicht möglich, Linsen mit beliebig kleiner Brennweite herzustellen - deshalb lässt sich auch kein Mikroskop mit beliebig großer Vergrößerung bauen. Der Wellencharakter des Lichts ist ein weiterer Hindernisgrund: alles, was kleiner als die halbe Wellenlänge des verwendeten Lichts ist, kann nicht mehr aufgelöst werden. Abhilfe schaffen hier Elektronenmikroskope.