Versuch: P1-73

Stromdurchflossene Leiter im Magnetfeld, Halleffekt

- Vorbereitung -

Inhaltsverzeichnis

0 Vorbemerkung

Der Aufbau sei wie folgend:

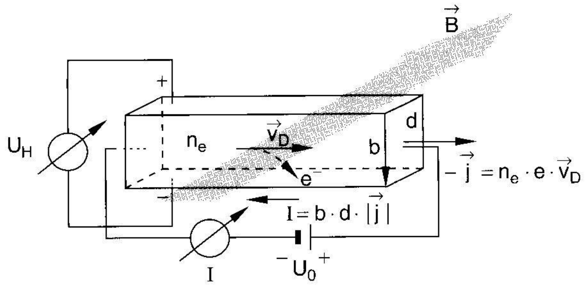


Abb. 3.30. Zum Hall-Effekt

Die Lorentzkraft $F = q \cdot (v \times B)$ bewirkt eine Ablenkung der Ladungsträger eines Leiters senkrecht zum Magnetfeld und zur Stromrichtung. Das Magnetfeld soll hier so schwach sein, dass es die Ladungsträger nur wenig ablenkt. Diese Ablenkung führt zu einer Ladungstrennung, die wiederum ein elektrisches Feld E_H erzeugt. Die Ladungstrennung schreitet so lange fort, bis das sich aufbauende elektrische Feld eine der Lorentzkraft $F_L = n \cdot q \cdot (v_D \times B)$ entgegengerichtete gleich große elektrische Kraft $F_C = n \cdot q \cdot E_H$ bewirkt.

Bei einem Leiter mit rechteckigem Querschnitt $A = b \cdot d$ führt dieses elektrische Feld zu einer *Hallspannung*

$$U_H = \int E_H \cdot ds = b \cdot E_H$$

zwischen den gegenüberliegenden Seitenflächen im Abstand b. U_H soll hier die Spannung zwischen oberer und unterer Seitenfläche sein. Der Vektor b zeigt also von oben nach unten. Aus der Relation:

$$q \cdot E_H = -q \cdot (v \times B)$$

folgt mit $j = n \cdot q \cdot v$ für die Hallspannung:

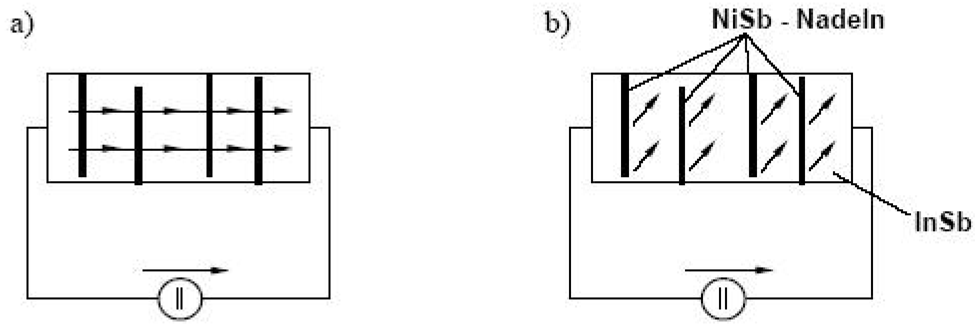
$$U_H = -\frac{(j \times B) \cdot b}{n \cdot q}$$

Das Vektorprodukt $j \times B$ zeigt im Bild nach unten (in Richtung b), unabhängig davon, ob dpositiv oder negativ geladene Teilchen den Strom $I = j \cdot b \cdot d$ transportieren. Man kann daher schreiben (wobei meistens für $q = -e$ gilt, wg. Ladungsträger=Elektronen):

$$U_H = -\frac{j \cdot B \cdot b}{n \cdot q} = \frac{I \cdot B}{n \cdot e \cdot d}$$

1 Messung des magnetischen Feldes mit einer Feldplatte

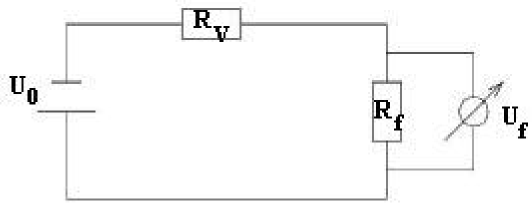
Eine Feldplatte ist eine rechteckige, keramische Trägerplatte, auf die eine Halbleiterschicht aufgetragen ist (Indiumantimonid). Dieses Material hat die Eigenschaft, dass der elektrische Widerstand mit der Länge des Stromweges korreliert. Verlängert sich also der Weg des Stromes, so steigt auch der Widerstand an (sog.*Bahnwiderstand*).



Verlauf der Strombahnen in einer rechteckigen Feldplatte a) ohne Magnetfeld b) mit Magnetfeld.
Legt man eine Spannung an die Feldplatte, ohne ein Magnetfeld wirken zu lassen (Bild a), so verlaufen die Strombahnen in Richtung der Pfeile von links nach rechts. Wird jedoch ein transversales Magnetfeld (senkrecht zur Zeichnungsebene in Bild b) eingeschaltet, so werden die Strombahnen seitlich abgelenkt. Der Winkel, um den sich die Stromrichtung nach dem Anlegen des Magnetfeldes ändert, heißt Hallwinkel. Dieser kann bei einer Induktion von 1 Tesla ca. 80° betragen. Bei der Herstellung von Feldplatten werden in den Kristall des Grundmaterials (InSb) niederohmige (Kurzschluß-) Nadeln aus NiSb eingebaut. Diese sind senkrecht zur Stromrichtung der nicht angesteuerten Feldplatte angeordnet. Die Abstände zwischen den einzelnen Nadeln liegen je nach Ausführung in der Größenordnung von einigen Tausendsteln eines Millimeters. Bei angelegtem Magnetfeld werden die fließenden Ladungsträger im Grundmaterial (InSb) um den Hallwinkel aus ihrer Bahn abgelenkt. Längs der Nadeln fließen sie fast unbeeinflußt, so daß sich insgesamt die zick-zack-förmigen Strombahnen von Bild b ergeben. Durch diese vom Magnetfeld gesteuerte Verlängerung der Strombahnen wird der Widerstand der Feldplatte erhöht.
Somit wird die Stromstärke in Abhängigkeit von der Stärke des Magnetfeldes sinken - ein zur Messung der Magnetfeldstärke nutzbarer Effekt.

1.1 Magnetfeld im Luftspalt

Um die Stärke des Magnetfeldes des hier verwendeten Elektromagneten (2 Spulen mit je 2400 Windungen und maximal 5A, geschlossener Eisenkern mit Luftspalt von 12mm) zu bestimmen, bestünde theoretisch die Möglichkeit, diese zu berechnen. Da jedoch die Formel für lange Spulen (Länge»Durchmesser) hier nicht gilt, ist die Messung der Feldstärke die genauere Alternative.
Würde man die Feldplatte direkt mit einer Spannungsquelle verbinden, so hätte man das Problem, dass der sich ändernde Widerstand der Feldplatte sowohl die Stromstärke im Stromkreis, als auch die über der Feldplatte abfallende Spannung beeinflußt. $U = R \cdot I$ hat dann plötzlich 2 statt 1 Unbekannten - zwar könnte man I zusätzlich messen, doch dann müßte eventuel die Spannung erhöht werden, um noch messbare Ströme zu erzeugen.
Vorteilhafter ist es, durch einen relativ großen Vorwiderstand R_V, der zu der Feldplatte in Reihe geschaltet ist, dafür zu sorgen, dass der durch die Feldplatte fließende Strom annähernd unabhängig von ihrem Widerstand wird. Dazu wird R_V etwa 40mal so groß gewählt, wie der Widerstand der Feldplatte maximal werden kann.



Durch die Messung von U_F finden wir heraus, welcher Erregerstrom $I_e r$ für die später benötigten Magnetfelder eingestellt werden muss. Dann kann mit der Eichkurve die magnetische Feldstärke B ablesen.

1.2 Widerstand der Feldplatte

Aus den im Experiment gemessenen Größen (U_0 sei die Spannung an der Quelle, U_F die an der Feldplatte gemessene Spannung und R_V der Vorwiderstand)lässt sich der Widerstand der Feldplatte (R_F) folgendermaßen bestimmen. Es gilt:

$$R_{ges} = R_V + R_F, \quad U_F = R_F \cdot I, \quad U_0 = R_{ges} \cdot I$$

Somit ergibrt sich durch Umformung:

$$\begin{aligned} U_0 &= R_V \cdot I + R_F \cdot I = R_V \cdot \tfrac{U_F}{R_F} + U_F \\ \Rightarrow \quad & R_F = \tfrac{U_F}{U_0 - U_F} \cdot R_V \end{aligned}$$

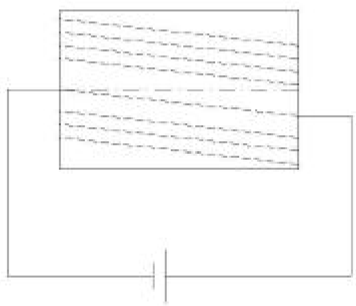
wobei gegeben ist: $U_0 = 6,35 \pm 0,05V$ und $R_V = 25k\Omega \pm 1\%$.
Für die Widerstandsänderung gilt:

$$\Delta R = \tfrac{R_F - R_0}{R_0}$$

2 Messungen an einer Metallhallsonde

2.1 Bestimmung der Hallkonstante R_H, n_{Au} und ξ_{Au}

Die in diesem Versuchsteil verwendete Goldhallsonde ist eine sehr dünne, $d = 61 \pm 3nm$, rechteckig auf eine Glasplatte aufgedampfte Goldschicht. Wenn die Kontakte für den Sondenstrom I_S einer Hallsonde sich nicht exakt gegenüber liegen, ist eine fehlerfreie Messung der Hallspannung nicht möglich, da durch das nicht kantenparallele E-Feld fälschlicherweise bereits ohne Magnetfeld eine Hallspannung gemessen wird.



Da eine 100% perfekte Fertigung kaum erreicht werden kann, versucht man diesen Fehler dadurch auszuschließen, dass man auf einer Seite zwei Kontakte anbringt und die Hallspannung für den feldfreien Betrieb zunächst bei jeder Änderung von I_S mittels Potentiometer auf Null eicht.
Es soll in einem Bereich von $0A \leq I_S \leq 0,15A$ und $0T \leq B \leq 1,4T$ die Hallspannung U_H gemessen werden. Danach soll der lineare Zusammenhang von $U_H(I_S)$ und $U_H(B)$ gezeigt werden. Hierfür verwendet man am besten mehrere äquidistante Messwerte, wobei bei einer Messung nur I_S und bei der nächsten nur das B-Feld geändert wird. Die Messwerte werden also gegeneinader aufgetragen und aus der Ausgleichsgeraden soll die Hallkonstante R_H, die Konzentration freier Elektronen n_{Au} und die mittlere Zahl der freien Elektronen ξ_{Au} bestimmt werden.

Die Ausgleichsgeraden seien von folgender Form:

$$U_H(I_s) = m_{I_S} \cdot I_S + b_{I_S}$$
$$U_H B = m_B \cdot B + b_B$$

Da zudem gilt:

$$U_H = -\frac{I \cdot B}{n \cdot q \cdot d} = -R_H \cdot \frac{I \cdot B}{d}$$

also $$R_H = \frac{1}{n \cdot q}$$

Sind die beiden Ausgleichsgeraden der Messungen bekannt, kann man R_H bestimmen durch:

$$R_H = \frac{m_{I_S} \cdot d}{I_S} + \frac{b_{I_S}}{BI_S}$$
$$R_H = \frac{m_B \cdot d}{B} + \frac{b_B}{BI_S}$$

Somit folgt für die Konzentration freier Elektronen in Gold n_{Au}:

$$n_{Au} = \frac{1}{R_H q}$$

Zur Bestimmung der mittleren Anzahl freier Elektronen pro Goldatom (ξ_{Au}) benötigt man zunächst die Konzentration N der Goldatome (Anzahl/Volumen). Für N gilt:

$$N = \frac{\rho_{Au}}{M_{Au}} \cdot N_A$$

wobei N_A die Avogardo-Konstante ist, $M_{Au} = 197\frac{g}{mol}$ die molare Masse und $\rho_{Au} = 19,32\frac{g}{cm^3}$ die Stoffdichte. Folglich ergibt sich für $N = 5,88 \cdot 10^{28}\frac{Teilchen}{m^3}$

Somit folgt für die mittlere Anzahl freier Elektronen:

$$\xi_{Au} = \frac{n_{Au}}{N}$$

Da ein sich zeitlich änderndes Magnetfeld Spannung induziert, wird hier eine zusätzliche Spannung neben der Hallspannung mitgemessen werden.

2.2 Elektrische Leitfähigkeit und Elektronenbeweglichkeit in Gold

An der Hallsonde sind noch zwei zusätzliche Kontakte im Abstand $l = 29,0 \pm 0,1mm$ angebracht. Wenn man nun die Spannung U_r misst, die bei einem bekannten Steuerstrom I_S abfällt, kann man zusammen mit den Werten des Leiterstücks den Widerstand zwischen den Kontakten bestimmen. Damit kann im Anschluss die elektrische Leitfähikeit σ_{Au} und die Elektronenbeweglichkeit μ_{Au} von Gold bestimmt werden. Die Herleitung erfolgt folgendermaßen:

Für die Stromdichte j gilt:

$$j = \sigma \cdot E$$

Die Defintion der elektrischen Beweglichkeit ist:

$$\mu = \frac{v}{E}$$

Daraus folgt:

$$v = \mu \cdot \frac{j}{\sigma} = \frac{\mu \cdot I_S}{\sigma \cdot b \cdot d}$$

Es gilt nun $U_r = R \cdot I_S$. Man kann also eine Ausgleichsgerade mit Wertepaaren (I_S, U_r) bestimmen, deren Steigung gerade der gesuchte Widerstand R ist.

Hat man dieses R ermittelt, kann man es direkt benutzen, denn:

$$R = \frac{U_r}{I_S} = \frac{l \cdot E}{\sigma \cdot b \cdot d \cdot E} = \frac{l}{\sigma \cdot b \cdot d} \quad \Rightarrow \quad \sigma = \frac{l}{R \cdot b \cdot d}$$

Die elektrische Leitfähigkeit von Gold ist demnach: $\sigma_{Au} = \frac{l}{R \cdot b \cdot d}$.

Um die Elektronenbeweglichkeit μ_{Au} bestimmen zu können, verwendet man die Hallspannung:

$$U_H = \frac{\mu_{Au}}{\sigma_{Au}} \cdot \frac{BI_S}{d} = R_H \cdot I_S + b \quad \Rightarrow R_H = \frac{\mu}{\sigma}$$

Für die Elektronenbeweglichkeit gilt damit:

$$\mu_{Au} = \sigma_{Au} R_H,$$

wobei für R_H der durch die Ausgleichsgerade bestimmte Wert ist.

3 Messungen an einer Halbleiterhallsonde

Die Hallsonde aus Metall wird in diesem Versuchsteil durch eine Halbleiterhallsonde ersetzt. Es werden die gleichen Messungen wie in Aufgabe 2 durchgeführt, jedoch stammt die Halbleiterhallsonde aus industrieller Fertigung, was einen Geometrieabgleich unnötig macht, da die Fehlspannungen klein gegen die Hallspannung sind.
Die neuen Werte der Halbleiterhallsonde sind:

- $d = 2,5 \pm 0,5 \mu m$
- $b = 1,5 \pm 0,05 mm$
- $l = 3,0 \pm 0,05 mm$

3.1 Messung der Hallspannung

Analog zu Aufgabe 2 soll hier folgendes bestimmt werden:

- Hallspannung $U_H(I_S)$
- Hallspannung $U_H(B)$
- Diagramme und Ausgleichsgeraden
- Hallkonstante R_H
- Ladungsträgerkonzentration

Zusätzlich soll für die Auswertung der Aufgabe 3.2 noch die Spannung über den Anschlusskontakten der Halbleitersonde (U_S) bestimmt werden.

3.2 Abhängigkeit des Hallwiderstands vom Magnetfeld

Die Durchführung erfolgt analog zu Aufgabe 2.2. Es sollen gegeneinander aufgetragen werden:

- Widerstand $R(B)$ über B
- die relative Widerstandsänderung gegenüber dem feldfreien Fall über B.

Anschließend soll noch die Beweglichkeit der Elektronen (μ_{InAs}) in der Halbleitersonde bestimmt und ein Vergleich mit der Goldhallsonde angestellt werden.