

Versuch: P1-83,84

Ferromagnetische Hysteresis

- Vorbereitung -

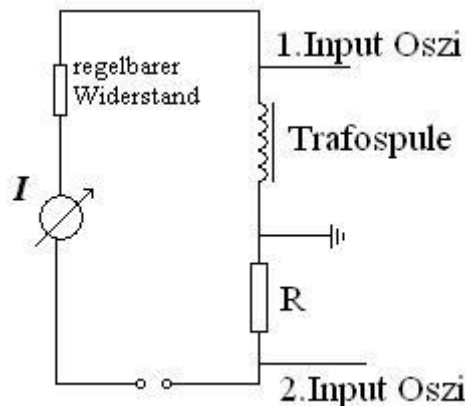
Inhaltsverzeichnis

1	Induktivität und Verlustwiderstand einer Luftspule	2
1.1	Induktivität ohne Eisenkern	2
1.2	theoretische Induktivität und Widerstand	2
2	Induktivität und Verlustwiderstand einer Spule mit geschlossenem Eisenkern	3
2.1	Induktivität mit Eisenkern	3
2.2	relative Permeabilität	3
3	Ferromagnetische Hysteresis und Ummagnetisierungsverluste	4
3.1	Hysteresiskurve	5
3.2	Eichung	5
3.3	Ummagnetisierung	6
3.4	relative Wechselfeld-Permeabilität	6
3.5	Vergleich	6
4	Sättigungsinduktion, Remanenz, Koerzitivkraft, magnetische Härte, Vergleich Eisen-Ferrit	6

1 Induktivität und Verlustwiderstand einer Luftspule

Aus einer R/L - Reihenschaltung sollen Verlustwiderstand und Induktivität einer Spule bestimmt werden (ohne Eisenkern). Hierfür wird ein Widerstand $R = 50\Omega$ mit einer Spule mit 1000 Windungen in Serie geschaltet. Die Wechselstromfrequenz betrage 50Hz, wobei die Messung zweimal durchgeführt werden sollen, und zwar mit $I_{eff,1} = 300mA$ und $I_{eff,2} = 30mA$. Die Stromstärke wird über einen regelbaren Vorwiderstand eingestellt. Mit dem Oszillographen sollen nun die Spannungsamplituden an der Spule sowie am Widerstand gemessen werden. Weiterhin soll die Zeitdifferenz Δt zwischen deren Nulldurchgängen gemessen werden. Aus dieser Zeitdifferenz erhält man die Phasenverschiebung, um die der Strom I der Spannung U nachhinkt:

$$\varphi = 2\pi \cdot \frac{\Delta t}{T} = 2\pi \cdot f \cdot \Delta t$$



Aufgabe1: Schaltplan

1.1 Induktivität ohne Eisenkern

Es sollen zuerst der Verlustwiderstand r der Spule und deren Induktivität L berechnet werden. Die Ursachen für r liegen beispielsweise im Drahtwiderstand, Abstrahlung, Wirbelströmen, o.ä. Für den komplexen Stromwiderstand (*Impedanz*) gilt:

$$Z = r + i\omega \cdot L \quad (\omega = 2\pi f)$$

woraus sich der Scheinwiderstand $|Z|$ ergibt

$$|Z| = \frac{\hat{U}}{\hat{I}} = \sqrt{(\text{Re}Z)^2 + (\text{Im}Z)^2} = \sqrt{r^2 + \omega^2 \cdot L^2}$$

Nun geht man zur Bestimmung von r und L folgendermaßen vor: man misst oszilloskopisch die Spannung am Vorwiderstand R und an der Spule, sowie den Phasenwinkel φ . Dann ergeben sich unsere gesuchten Größen aus:

$$|Z| = \hat{U} \cdot \frac{R}{\hat{U}_R}, \quad r = |Z| \cdot \cos \varphi \quad \text{und} \quad L = |Z| \cdot \frac{\sin \varphi}{\omega}$$

1.2 theoretische Induktivität und Widerstand

Nun soll aus den gegebenen Spulendaten (s. *Zubehör*) näherungsweise die Spuleninduktivität und der Drahtwiderstand der Spule errechnet werden. Für eine lange Spule (Spulenlänge \gg Spulenradius) gilt (hergeleitet aus: $U_{ind} = n \cdot A \cdot \dot{B}$, $L = -\frac{U_{ind}}{I}$ und $B = \mu_0 \cdot I \cdot \frac{n}{l}$):

$$L = \mu\mu_0 \cdot n^2 \cdot \frac{A}{l} = \mu\mu_0 \cdot n^2 \cdot \frac{\pi r^2}{l},$$

wobei allerdings in unserem Fall ein Korrekturfaktor k eingeführt wird, der in diesem Fall (Verhältnis inner/äußerer Wickelradius: 1,5) 0.55 beträgt und sich daher erklärt, dass die verwendete Spule nicht lang ist und somit eine geometriebedingte Korrektur vorgenommen werden muss.

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{Vs}{Am}$ ist die magnetische Feldkonstante, die Permeabilität von Luft ist $\mu \approx 1$, $n = 1000$ ist die Anzahl der Wicklungen, der mittlere Wicklungsradius beträgt $\bar{r} = 0,034m$ und die Länge der Spule ist $l = 0,068m$. Somit ergibt sich in die Formel eingesetzt:

$$L = 36,9 \cdot 10^{-3} H = 36,9 mH$$

Für einen Draht gilt nun:

$$E = \frac{U}{l} \text{ und } j = \frac{I}{A},$$

mit: E : elektrisches Feld, U : Spannung, l Länge Draht, I : Stromstärke, A : Leiterquerschnittsfläche. Aus der Relation $\rho = \frac{E}{j}$ ergibt sich:

$$R = \rho \cdot \frac{l}{A}$$

Nun können wir einsetzen (spezifischer Widerstand Kupfer: $\rho_{Cu} = 1,54 \cdot 10^{-8} \Omega m$, einem Drahtdurchmesser von $d = 0,7 \cdot 10^{-3} m$):

$$R = \rho_{Cu} \cdot \frac{l}{A} = \rho_{Cu} \cdot \frac{2\pi\bar{r}n}{\pi(\frac{d}{2})^2} = 8,55 \Omega$$

2 Induktivität und Verlustwiderstand einer Spule mit geschlossenem Eisenkern

2.1 Induktivität mit Eisenkern

Die Bedingungen unterscheiden sich zur Aufgabe 1 nur dahingehend, dass nun die Spule einen geschlossenen Eisenkern bekommt. Wieder werden die Spannungsamplituden an der Spule und am Widerstand, sowie Δt gemessen, nur mit der geänderten Voraussetzung, dass $I_{eff,1} = 30mA$ und $I_{eff,2} = 10mA$ betragen.

2.2 relative Permeabilität

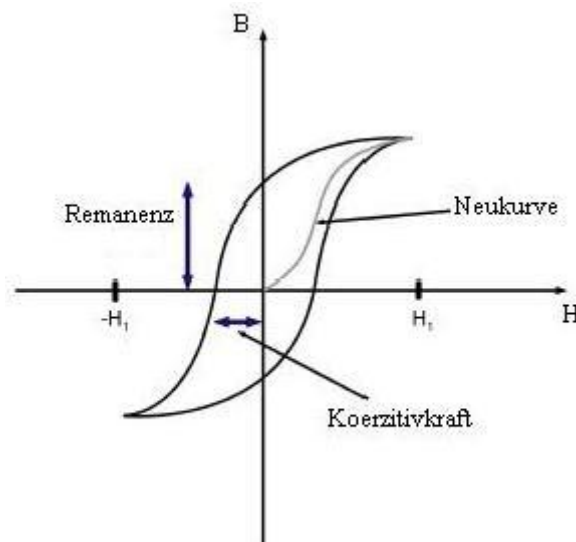
Das sich mit dem Eisenkern die Geometrie des Problems geändert hat, wollen wir nun mit den in 2.1 indirekt gemessenen Werten für die Induktivität, die relative Permeabilität μ bestimmen, die ihrerseits allerdings nicht konstant ist, da sie von B und damit dem Induktionsstrom abhängt. Nun hat sich, wie erwähnt, die Geometrie des Problems geändert, d.h. das magnetische Feld verläuft nun fast ausschließlich im innern des Eisenkerns, wodurch sich zwar die gleiche Formel für L ergibt, jedoch ändern sich folgende Variable: statt der Länge der Spule ist nun die mittlere Länge der Feldlinien ausschlaggebend (s.Zubehör): $l_{Feldl} = 0,48m$, die Querschnittsfläche ist nun ebenfalls auf den Eisenkern bezogen ($A_{Kern} = 0,039m \cdot 0,039m$) und somit entfällt auch die für kurze Spulen gedachte Korrektur k . Somit ergibt sich aus der Formel für die Induktivität:

$$L = n^2 \cdot \mu \mu_0 \cdot \frac{A_{Kern}}{l_{Feldl}} \Rightarrow \mu = \frac{L \cdot l_{Feldl}}{A_{Kern} \cdot \mu_0 \cdot n^2}$$

3 Ferromagnetische Hysteresis und Ummagnetisierungsverluste

In ferromagnetischen Stoffen gibt es kleine Dipol-Teilbereiche, die parallel ausgerichtet sind (*Weiß'sche Bezirke*). Makroskopisch hat das keinen Einfluss, da diese Bezirke statistisch verteilt sind und sich die einzelnen Ausrichtungen im Großen wieder herausmitteln. Legt man nun allerdings ein äußeres Feld an, $B_0 = \mu_0 \cdot H$, so werden die Bereiche in die gleiche Richtung ausgerichtet - dabei wird ein magnetisches Moment vom Betrag M erzeugt, das, auf das Volumen bezogen, *Magnetisierung* heißt ($J = M/V$) und das äußere Feld vergrößert: $B_m = B_0 + \mu_0 \cdot J$. Die *Permeabilität* wird als $\mu = B_m/B_0$ definiert.

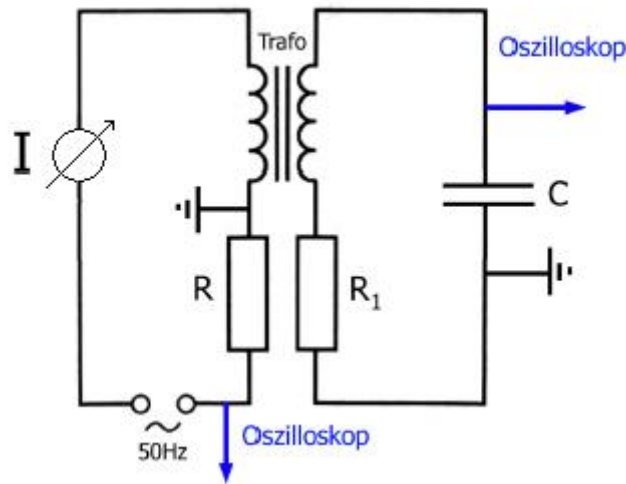
Mit fortschreitender Zeit erfolgt logischerweise eine Sättigung, da nur endlich viele ausrichtbare Bereiche vorhanden sind. Schaltet man nun das äußere Feld ab, so werden (je nach Material und Nebenbedingungen) Teile der ausgerichteten Bereiche weiterhin in ihrem ausgerichteten Zustand bleiben. Diese Restmagnetisierung nennt man *Remanenz*. Legt man nun ein Feld an, das dem ursprünglichen entgegenwirkt, so werden die Bezirke in die andere Richtung ausgerichtet, wobei die zur Beseitigung der Restmagnetisierung notwendige entgegengerichtete Feldstärke *Koerzitivkraft* genannt wird. Auch das entgegengesetzte Feld wird wieder einen Sättigungspunkt erreichen, was darauf hinausläuft, dass man, bei zyklischer Umpolung, die folgende *Hysteresisschleife* erhält (die Magnetisierung nach vorheriger Entmagnetisierung nennt man *Neukurve*:



Aufgabe3: Hysteresiskurve

3.1 Hysteresiskurve

Die Konstruktion zur oszilloskopischen Darstellung der Hysteresisschleifen sieht folgendermaßen aus:



Aufgabe3: Aufbau zur Hysteresiskurve

Nun wird für die Stromstärken $I_{eff} = 30mA$ und $I_{eff} = 10mA$ gemessen.

3.2 Eichung

Da wir B und H nicht direkt messen, müssen wir geeignete Eichfaktoren herleiten.

- H-Achse: Es gilt:

$$H = \frac{n_1}{l_{Kern} \cdot I_{eff}} \Rightarrow H = \underbrace{\frac{n_1}{l_{Kern} \cdot R}}_{=: \alpha_1} \cdot U_R$$

Damit gilt für den Eichfaktor der H-Achse:

$$\alpha_1 = \frac{n_1}{l_{Kern} \cdot R} = \frac{1000}{0,48m \cdot 10\Omega} = 208,3 \frac{A}{Vm}$$

- B-Achse: Man verwendet ein R/C-Glied (Widerstand R_1 und Kondensator mit Kapazität C in Reihe) als Integrator. Dabei wird U_{ind} an die Reihenschaltung angelegt und das Ergebnis kann am Kondensator abgegriffen werden. Es gelten folgende Beziehungen:

$$U_C = \frac{Q}{C} = \frac{1}{C} \cdot \int I dt = \int \frac{U_{ind} - U_C}{R_1} dt$$

Nun wird vorausgesetzt, dass R_1 und C genügend groß sind, damit $U_C \ll U_{ind}$ gilt. Nun folgt:

$$U_C = \frac{1}{R_1 \cdot C} \cdot \int U_{ind} dt$$

Damit ergibt sich für das B-Feld über U_C :

$$B \approx \frac{1}{n_2 \cdot A} \int U_{ind} dt \approx \underbrace{\frac{R_1 \cdot C}{n_2 \cdot A}}_{=: \alpha_2} \cdot U_C$$

Damit gilt für den Eichfaktor der B-Achse:

$$\alpha_2 = \frac{R_1 \cdot C}{n_2 \cdot A} = \frac{100k\Omega \cdot 10\mu F}{50 \cdot (0,039m)^2} = 13,15 \frac{s}{m^2}$$

3.3 Ummagnetisierung

In diesem Aufgabenteil soll die Ummagnetisierungsarbeit pro Volumeneinheit und Umlauf bestimmt werden. Sie wird durch das Integral $\int B \cdot dH$ beschrieben, womit sie als Flächeninhalt der Hysteresisschleife bestimmt werden kann:

$$\frac{W_{magn}}{V} = \int B \cdot dH = A_{Hysteresisschleife}$$

Um diesen Quotienten zu erhalten, haben wir zwei einfache Methoden zur Hand:

1. Kästchen zählen Hier werden einfach die Anzahl der Kästchen innerhalb der Schleife gezählt und dann mit dem Inhalt eines Kästchens multipliziert.
2. Ausschneiden und wiegen Hierbei wird ein Blatt Papier auf die Schleife gelegt, der Graph wird abgepaust, ausgeschnitten und das Papier gewogen. Mittels des Gewichts einer Referenzfläche kann die Fläche der Schleife bestimmt werden.

Hat man auf diese Weise die Ummagnetisierungsarbeit erhalten, kann man die Verlustleistung des Systems bestimmen. Für diese gilt:

$$P_{mag} = \frac{W_{magn} \cdot V}{V \cdot T_{Zyklus}} = \frac{W_{magn}}{T_{Zyklus}},$$

wobei $T_{Zyklus} = 2\pi \cdot f$ ist und für das Volumen gilt $V = A \cdot l$.

Desweiteren ist der Verlustwiderstand gefragt. Er folgt aus dem Spulenstrom I_{eff} :

$$r_{magn} = \frac{P_{magn}}{I_{eff}^2}$$

Bei einem Material mit schmaler Hysteresisschleife ist die Ummagnetisierungsverlustleistung also relativ klein. Solche Materialien werden als *weichmagnetisch* bezeichnet - sie sind besonders geeignet für Spulen großer Induktivität und für Transformatoren. Stoffe mit einer breiten Schleife heißen analog *hartmagnetisch*. Sie finden beispielsweise in Permanentmagneten Anwendung.

3.4 relative Wechselfeld-Permeabilität

In jedem Punkt der Hysteresisschleife gilt:

$$B = \mu \cdot \mu_0 \cdot H \Rightarrow \mu = \frac{B}{\mu_0 \cdot H}$$

Nun liest man einfach verschiedene Wertepaare von H und B ab und berechnet daraus, wie angegeben, μ

3.5 Vergleich

Die Ergebnisse der vorigen Teilaufgabe sollen mit den Ergebnissen aus 2.2 für die Wechselfeld-Permeabilität verglichen werden.

4 Sättigungsinduktion, Remanenz, Koerzitivkraft, magnetische Härte, Vergleich Eisen-Ferrit

Am Ende soll nun für einen Eisenkern ($I_{eff} = 0, 2A, n = 500$) und für einen Ferrit-Schalenkern ($I_{eff} = 15mA, n = 500$) die Hysteresisschleifen dargestellt werden. Die gesuchten Größen sind die Remanenz, die Koerzitivkraft, die Ummagnetisierungsverlustleistung und die Sättigungsinduktion. Sie werden nach Eichung der Achsen durch die oben beschriebenen Verfahren ermittelt.