

Versuch: P2-24

Laser und Wellenoptik, Teil B

- Auswertung -

Versuchsdurchführung: Montag, d. 15.05.2006

In Fortsetzung des Versuchsteils P2-17, Laseroptik A, haben wir Messungen zu den Themen Beugung und Interferenz, Interferometrie und in verstärktem Maße zur Polarisierung von Laserlicht durchgeführt. Hierbei stand die Modulation der Intensität des Lichts und die Analyse des Vermögens von Lösungen die Polarisationsrichtung von Licht zu ändern im Vordergrund.

Inhaltsverzeichnis

1	Fourier-Transformation eines Beugungsbildes	2
2	Anwendungen des Michelson-Interferometers	3
2.1	Interferometrische Bestimmung des Magnetostruktionskoeff. von Nickel	3
2.2	Wellenlängenbestimmung des Laserlichts	6
2.3	Doppler-Effekt	7
2.4	akustischer Doppler-Effekt	9
3	Faraday-Effekt und Pockels-Effekt	9
3.1	Modulation der Intensität des Laserlichts mittels Faraday-Effekt	9
3.2	Bestimmung der Verdet'schen Konstante von Bleisilikatglas	10
3.3	Modulation der Intensität des Laserlichts mittels Pockels-Effekt	12
3.4	Konstantenbestimmung für Pockels-Effekt	12
4	Optische Aktivität (Saccharimetrie)	14
4.1	spezifisches optisches Drehvermögen einer Zuckerlösung	14
4.2	spezifisches optisches Drehvermögen einer entgegengesetzt drehenden Lösung	16

1 Fourier-Transformation eines Beugungsbildes

Dieser Versuch hatte lediglich demonstrativen Charakter und da der Aufbau auch nur einmal vorhanden war, wurde er von den Lehramtsstudenten durchgeführt. Hier sollte demonstriert werden, wie man mittels einer Fourier-Transformation eines Beugungsbildes das Aussehen der Objekte, an dem gebeugt wurde, ermitteln kann. Dazu sollte der Laser auf einen Einzelspalt gerichtet werden und das Beugungsbild computergesteuert ausgewertet werden, indem ein digital gesteuertes Phototransistor durch das Beugungsbild fährt und die Intensitätsverteilung in eine Amplitudenfigur übersetzt, welche dann mittels Fourier-Transformation in ein Bild des Einzelspaltes umgewandelt werden sollte.

Die Durchführung des Versuchs war also eher simpel: in einem Abstand von 163cm zum Phototransistor (s.Abb.1) wurde ein Einzelspalt der Spaltbreite 0,4mm eingespannt.

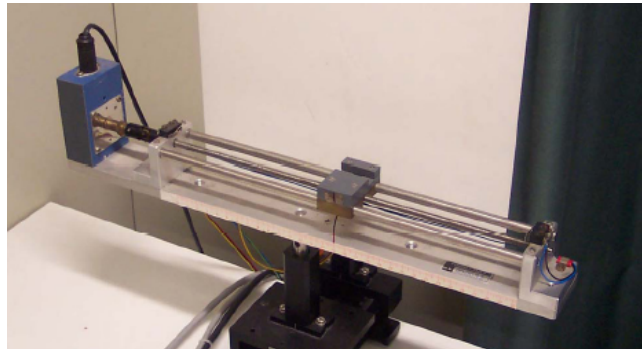


Abb.1: Phototransistor

Auf der Schiene des Phototransistors befand sich eine Skala, anhand derer wir ablesen konnten, in welchem Bereich gemessen werden sollte. Mittels am Computer erteilter Anweisungen fuhren wir den Phototransistor ins zentrale Maximum des Einzelspaltbeugungsbildes (Skalakoordinate 10,5cm). Wir starteten dann eine Messung in einem Bereich von 5cm bis 19cm, also in einem Abstand zum zentralen Maximum von 6,5cm nach links und 8,5cm nach rechts. Am Computer sahen wir dann die Intensitätsverteilung, welche dann (genauer: die Amplitudenfigur) mittels FFT in das Bild des Spalts transformiert wurde, wobei das Ergebnis allerdings nicht ganz eindeutig als Einzelspalt erkennbar ist - es wäre eine schärfere Kante erwünscht gewesen (das Spaltbild ist als Ausdruck vorhanden, s.Messprotokoll).

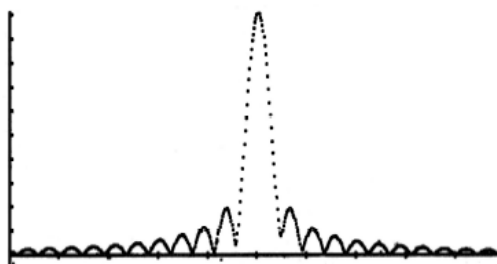


Abb.2: Intensitätsverteilung

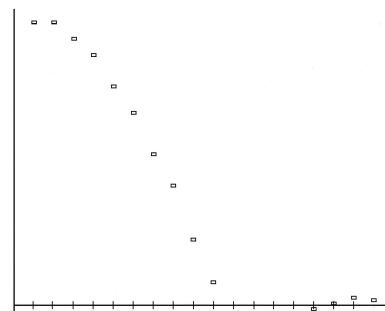


Abb.3: Spaltbild mittels FFT

Das Ergebnis der Messung ist allerdings doch akzeptabel, denn die digitale Auswertung ergab eine Spaltbreite von 0,414mm, was einer Abweichung von 3,5% entspricht.

2 Anwendungen des Michelson-Interferometers

2.1 Interferometrische Bestimmung des Magnetostruktionskoeff. von Nickel

In diesem Aufgabenteil sollte der Magnetostruktionskoeffizient von Nickel bestimmt werden, der die Änderung der Länge eines Stoffes als Funktion eines äußeren Magnetfeldes beschreibt. Dazu wurde ein Nickelstab am beweglichen Spiegel des Michelson-Interferometers befestigt, so dass sich die Interferenzfigur entspricht der Ausdehnung des Stabes verändern würde. Die Ausdehnung wurde durch eine um den Stab gewickelte und stromdurchflossene Spule erreicht. Wie wir in der Vorbereitung gesehen haben, ergibt sich der Magnetostruktionskoeffizient s als

$$s = \frac{N \cdot \lambda}{4 \cdot n \cdot I} \quad (1)$$

wobei N die Anzahl der Hell-Dunkel-Durchgänge beschreibt, λ die Wellenlänge des Lasers, n die Windungszahl der Spule um den Nickelstab und I den Strom, der durch selbige fließt. Der Aufbau war also folgendermaßen: der Laserstrahl wurde auf das Interferometer gerichtet und von dort aus wurde das Interferenzbild auf einen Schirm (in diesem Fall ein Blatt Papier an der Wand) geworfen. Der Spulenstrom wurde von einem Netzgerät geliefert, die Stromstärke maßen wir mit einem analogen Gerät. Nun erhöhten wir stufenweise den Strom, zählten die Hell-Dunkel-Hell Wechsel und lasen dabei die jeweiligen Stromstärken ab. Hierbei ist zu sagen, dass (wie in der Vorbereitung begründet) ein Übergang von Hell zu Dunkel einer Wellenlängenverschiebung um $\frac{\lambda}{2}$ entspricht, aufgrund des Hin- und Rückweges ergibt sich dieser Gangunterschied gerade für eine Spiegelveränderung von $\frac{\lambda}{4}$. Da es aber leichter war, den Übergang von einem Maximum zum nächsten zu beobachten, zählten wir stattdessen Hell-Dunkel-Hell Durchgänge, was dann $N = 2$ entspricht.

Es ergaben sich folgende Messwerte:

gezählte Hell-Dunkel-Hell-Durchg.	N	Stromstärke I [mA]
0	0	0
1	2	100
2	4	180
3	6	210
4	8	320
5	10	430

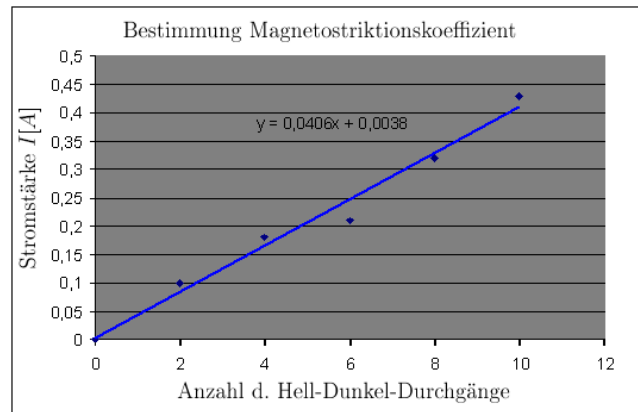
Es ist zu beachten, dass die Gerade eine Ursprungsgerade sein muss, d.h. der Messwert $(0,0)$ ist problemimmanenter Natur, denn ohne Strom in der Spule ergibt sich keine Ausdehnung des Materials. Dabei ist natürlich der Anfangspunkt für die Zählung beliebig: man schaltet das Interferometer ohne Strom in der Spule ein, wählt sich einen Punkt auf dem Schirm (am besten ein Maximum), dreht dann den Strom auf und zählt die Durchgänge.

Desweiteren entnimmt man der Vorbereitungsmappe: $n = 2000$ Windungen, Wellenlänge des Lasers: $\lambda = 632,8\text{nm}$. Wie sich aus (1) ergibt, ist die zu erwartende Kurve eine Gerade der Form:

$$I = \frac{\lambda}{\underbrace{4 \cdot n \cdot s}_m} \cdot N \quad (2)$$

mit der Geradensteigung m .

Graphisch ausgewertet ergibt dies:



Zur Berechnung des Magnetostruktionskoeffizienten brauchen wir nun also die Steigung der Ausgleichsgeraden. Diese berechnet sich, wie im Fehlerskript gezeigt wird, folgendermaßen:

$$m = \frac{M \cdot (\sum x_i y_i) - (\sum x_i) \cdot (\sum y_i)}{M \cdot (\sum x_i^2) - (\sum x_i)^2} \quad (3)$$

Hierbei entsprechen den folgenden Größen:

- M : Die Anzahl der Messungen, in diesem Fall $M = 6$
- y_i : Die y-Werte, in diesem Fall die Stromstärken I
- x_i : Die x-Werte, in diesem Fall die Anzahl N der Hell-Dunkel-Durchgänge

Für den y-Achsenabschnitt b gilt dann, ebenfalls nach dem Fehlerskript:

$$b = \frac{(\sum x_i^2) \cdot (\sum y_i) - (\sum x_i) \cdot (\sum x_i y_i)}{M \cdot (\sum x_i^2) - (\sum x_i)^2} \quad (4)$$

Zur Berechnung der statistischen Abweichung von m und b benötigen wir die Varianz der y-Werte σ_y . Für diese gilt nach dem Fehlerskript:

$$\sigma_y^2 = \frac{1}{M-2} \sum (y_i - m \cdot x_i - b)^2 \quad (5)$$

Haben wir mit (5) die Varianz berechnet, lässt sich die Unsicherheit der Steigung σ_m und die Unsicherheit des y-Achsenabschnitts σ_b ermitteln:

$$\sigma_m = \sqrt{\frac{\sigma_y^2}{M \cdot (\sum x_i^2) - (\sum x_i)^2} \cdot M} \quad (6)$$

$$\sigma_b = \sqrt{\frac{\sigma_y^2}{M \cdot (\sum x_i^2) - (\sum x_i)^2} \cdot \sum x_i^2} \quad (7)$$

Relativwerte für die Unsicherheiten erhält man, indem man die Unsicherheit durch den ermittelten Wert teilt:

$$\sigma_m (rel.) = \frac{\sigma_m}{m} \quad (8)$$

$$\sigma_b (rel.) = \frac{\sigma_b}{b} \quad (9)$$

Mittels MS Excel errechneten wir folgende Werte, die hier zusammengefasst dargestellt werden (ein Ausdruck der Kalkulationen ist am Ende angeheftet):

Größe	errechneter Wert	Einheit	berechnet mit ...
Steigung m	0,0406	A	Formel (3)
σ_m (abs)	0,002873	A	Formel (6)
σ_m (rel)	7,1%		Formel (8)

Aus (2) folgt nun für unseren gesuchten Parameter s :

$$s = \frac{\lambda}{m \cdot 4 \cdot n} \quad (10)$$

(Anm.: dies unterscheidet sich von der Vorbereitung, da wir hier die X-Achse mit den Übergängen belegt haben). Setzt man nun die obigen Werte ein, so ergibt sich:

$$s = \frac{632,8nm}{0,0406A \cdot 4 \cdot 2000} = 1,950 \cdot 10^{-9} \frac{m}{A} \quad (11)$$

Nun wenden wir uns der Fehlerfortpflanzung zu, wobei allerdings gesagt sei, dass sowohl die Wellenlänge als auch die Windungszahl der Vorbereitungsmappe nach genau bestimmt sind (es werden keine Aussagen über die Genauigkeit gemacht). Es gilt dann mittels Fehlerskript:

$$\sigma_s = \sqrt{(\sigma_\lambda)^2 \cdot \left(\frac{\partial s}{\partial \lambda}\right)^2 + (\sigma_m)^2 \cdot \left(\frac{\partial s}{\partial m}\right)^2 + (\sigma_n)^2 \cdot \left(\frac{\partial s}{\partial n}\right)^2} \quad (12)$$

$$= \sqrt{0 + (\sigma_m)^2 \cdot \left(\frac{-\lambda}{m^2 \cdot 4 \cdot n}\right)^2 + 0} \quad (13)$$

$$= 1,38 \cdot 10^{-10} \frac{m}{A} = 7,1\% \quad (14)$$

Dies war zugegebenermaßen zu erwarten, immerhin war die einzige Unbestimmtheit die der Steigung - da aber die Fehlerfortpflanzung in den folgenden Aufgaben ebenfalls gebraucht wird, erschien es sinnvoll, sie hier einzuführen. Wir haben nun also den statistischen Fehler der Messung ermittelt, nun wenden wir uns dem systematischen Fehler zu. Für diesen machen wir eine Größtfehlerabschätzung, die aber nicht sehr umfangreich wird, da es nur zwei mögliche Fehlerquellen gibt. Es gilt für s :

$$s = \frac{\lambda \cdot N}{4 \cdot n \cdot I} \quad (15)$$

Den Ablesefehler des Stroms I schätzen wir auf $\Delta I = 15mA$, das erklärt sich aus den Messbedingungen: da es schwer ist, zu erkennen wann ein Maximum und wann ein Minimum der Intensität des Interferenzbildes auftritt, wurde der Raum sehr verdunkelt. Dies hat aber zur Konsequenz, dass das analoge Messgerät nur noch sehr schwer abzulesen war. Bei den Hell-Dunkel Durchgängen kann man nur schwer zwischen den Punkten unterscheiden, wo die Intensität maximal ist, man muss also annehmen, dass man ein gutes Stück daneben liegt, weshalb wir die Unsicherheit für N mit $\Delta N = 0,25$ angeben. Somit ergibt sich als Größtfehlerabschätzung:

$$\Delta s_{sys} = \left| \frac{\partial s}{\partial I} \right| \cdot \Delta I + \left| \frac{\partial s}{\partial N} \right| \cdot \Delta N \quad (16)$$

$$= \left| -\frac{\lambda \cdot N}{4 \cdot n \cdot I^2} \right| \cdot 0,015 + \left| \frac{\lambda}{4 \cdot n \cdot I} \right| \cdot 0,25 \quad (17)$$

Um den größten Fehler abzuschätzen, ist nun das Wertepaar einzusetzen, bei dem der jeweilige Betrag am größten wird (dies ist der Fall für $(N = 2, I = 0,1A)$). Damit gilt:

$$\Delta s_{sys} \leq 2,37 \cdot 10^{-10} + 1,98 \cdot 10^{-10} = 4,35 \cdot 10^{-10} \quad (18)$$

Unser Endergebnis bei dieser Aufgabe lautet also:

$$s = (1,950 \pm 0,138 \pm 0,435) \cdot 10^{-9} \frac{m}{A} \quad (19)$$

Damit ist der maximale systematische Fehler bei 22%. Dies ist natürlich ein sehr hoher Wert, jedoch ist dies natürlich auch nur der Größtfehler. Setzt man nämlich das zweite Paar Messwerte ein, so ergibt sich ein fast nur noch halb so großer Wert.

Resümieren wir also: wir haben einen mittelgroßen statistischen Fehler, der aber noch im Rahmen des Vertretbaren liegt und einen recht großen systematischen Fehler. Die Gründe hierfür liegen auf der Hand: ein schwierig abzulesendes Messgerät und schwer zu lokalisierende Maxima bei den Interferenzbildern. Ein Literaturwert konnte nicht gefunden werden.

2.2 Wellenlängenbestimmung des Laserlichts

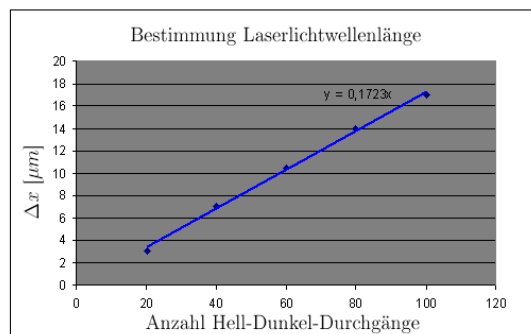
Ab dieser Teilaufgabe wurde nun ein anderes Interferometer benutzt, trotzdem blieb das Prinzip das gleiche: der Strahl fällt auf das Interferometer und wird dann an die Wand geworfen, zwecks Ablesung des Interferenzbildes. Es sollte nun die Wellenlänge des verwendeten Laserlichts bestimmt werden, für die aus den Überlegungen in der Vorbereitung hervorging:

$$\lambda = \frac{4 \cdot \Delta x}{N} \quad (20)$$

wobei N wieder die Hell-Dunkel-Durchgänge bezeichne und Δx die Veränderung der Position des Spiegels. Wir könnten auch hier wieder lineare Regression durchführen, da jedoch die Fehlerrechnung nicht in dieser Aufgabe durchgeführt werden soll, beschränken wir uns darauf, die Gerade zu zeichnen und den Fehler zum Literaturwert anzugeben. Der Versuch wurde folgendermaßen durchgeführt: das Laserlicht wurde auf das Interferometer gerichtet, in dem es je nach Spiegeleinstellung einen Gangunterschied aufnahm oder nicht. Die Position des Spiegels ließ sich verändern und zwar mittels einer Mikrometerschraube, die allerdings intern noch einmal auf den Faktor 10 verkleinert wurde, das heißt, dass 1mm auf der Mikrometerschraube lediglich eine Positionsänderung von 0,1mm für den Spiegel bedeutet. Nun zählte man die Durchgänge von Hell-Dunkel und las auf der Skala den entsprechenden Wert für Δx ab.

Es ergaben sich folgende Messwerte und folgende Graphik:

Anzahl der Hell-Dunkel-Durchgänge	Δx [μm]
20	3
40	7
60	10,5
80	14
100	17



Wie von MS Excel berechnet ergibt sich also eine Geradensteigung von $a = 0,1723 \mu m$, wobei dann die Wellenlänge das vierfache dieser Steigung ist. Wir erhalten somit: $\lambda = 689,2 nm$ was einer Abweichung von 8,9% entspricht, jedoch ist auch hier wieder das Problem zu beachten, dass die Maxima nicht genau lokalisiert werden können.

2.3 Doppler-Effekt

Diese Aufgabe basiert auf der äquivalenten Beschreibung von Veränderungen der Interferenzfigur durch Bewegung eines Motors am Spiegel und dem Doppler-Effekt. Da sich der Spiegel sowohl während der Absorption des Lichts bewegt, als auch bei der anschließenden Emission (Emission in die Ursprungsrichtung, was uns dann als Reflektion erscheint), kann man die sich daraus ergebende Frequenzverschiebung berechnen um dann auf eine Schwebung zu schließen, die sich bei der interferierenden Welle bemerkbar macht. Für die Intensität des Lichts gilt dann nach der Vorbereitung:

$$I = I_0 \cdot \cos^2(\pi \cdot \Delta f \cdot t) = \frac{I_0}{2} \cdot (1 + \cos(2\pi \cdot \Delta f \cdot t)) \quad (21)$$

was dann, je nach Gestalt des Produkts $\Delta f \cdot t$, zur Folge hat, dass die Teilstrahlen konstruktiv, destruktiv oder irgendwie dazwischen interferieren. Mittels vorher gemachter Überlegungen ergab sich dann für die Geschwindigkeit des Spiegels (s.Vorb.):

$$v = \frac{N \cdot \lambda}{2 \cdot \Delta t} \quad (22)$$

Diese Geschwindigkeit war also zu bestimmen. Wir gingen hier folgendermaßen vor: der Laserstrahl wurde wieder auf das Interferometer gerichtet, dort wurde währenddessen der Spiegel vom Motor bewegt und zwar über eine Umlaufrolle an der Mikrometerschraube (s.Abb.4). Dadurch ergab sich das gewohnte Interferenzbild (Kreisringe, s.Abb.5), dass sich nun aber bewegte! Das heißt, dass die Maxima „nach innen liefen“. Wir machen nun also folgendes: per Stoppuhr wurde die Zeit gemessen und wir versuchten in dieser Zeit an einem vorher ausgesuchten Punkt auf dem Schirm die Anzahl der Maxima zu zählen, die während der Beobachtungszeit an diesem Punkt auftraten.

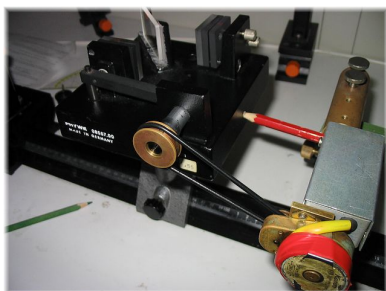


Abb.4: Motor rechts mit Umlenkrolle

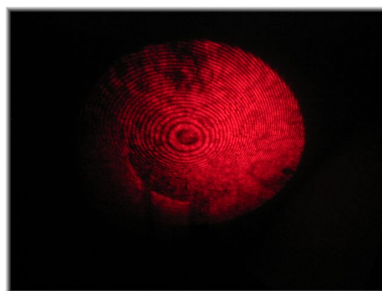


Abb.5: Kreisringinterferenzmuster

Es ergaben sich also folgende Messwerte, wobei N wieder die Anzahl der Hell-Dunkel-Durchgänge beschreibe, wobei wir aber wieder die Hell-Dunkel-Hell-Durchgänge gemessen haben:

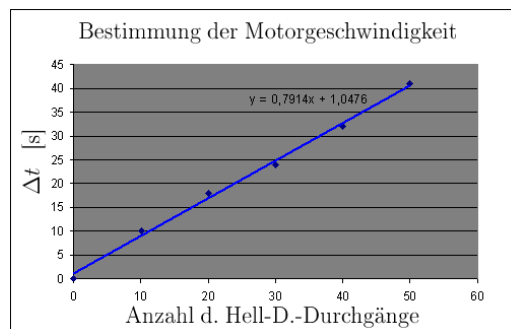
Anzahl Hell-D.-Durchg.	Δt [s]
0	0
10	10
20	18
30	24
40	32
50	41

Auch hier ist wieder (0,0) von inhaltlicher Natur, denn wenn ich gerade anfangs die Zeit zu messen, das heißt mir gerade einen Arbeitspunkt auf dem Schirm wähle, dann kann ich natürlich noch keine Durchgänge gemessen haben. Aus (22) erwarten wir, dass wir eine Gerade der Form

$$\Delta t = \underbrace{\frac{\lambda}{2 \cdot v}}_m \cdot N \quad (23)$$

erhalten.

Graphisch ausgewertet ergibt dies:



Der lineare Zusammenhang kann also als bestätigt angesehen werden. Nun kommen wir zur Abweichung der Werte. Es gelten hier wieder die Formel (3) bis (9), wobei nun entsprechend gilt:

- M : Die Anzahl der Messungen, in diesem Fall $M = 6$
- y_i : Die y-Werte, in diesem Fall die Zeitspanne Δt
- x_i : Die x-Werte, in diesem Fall die Anzahl N der Hell-Dunkel-Durchgänge

Auch hier wurden die Rechnungen wieder mit MS Excel durchgeführt (s.Ausdruck am Ende), womit sich folgende Werte ergeben:

Größe	errechneter Wert	Einheit	berechnet mit ...
Steigung m	0,7914	s	Formel (3)
σ_m (abs)	0,02593	s	Formel (6)
σ_m (rel)	3,3%		Formel (8)

Aus (23) folgt nun für unseren gesuchten Parameter v :

$$v = \frac{\lambda}{2 \cdot m} = \frac{632,8 \cdot 10^{-9}m}{2 \cdot 0,7914s} = 4,00 \cdot 10^{-7} \frac{m}{s} \quad (24)$$

Da auch hier in der Formel nur noch die genau bestimmte Wellenlänge auftaucht, ergibt sich sofort der Fehler

$$\sigma_s = 0,13 \cdot 10^{-7} \frac{m}{s} = 3,3\% \quad (25)$$

Wenden wir uns nun dem systematischen Fehler zu. Es gilt weiterhin (22). Für den Fehler beim Abzählen der Maxima müssen wir annehmen, dass wir sicherlich um ein Maximum daneben liegen, d.h. $\Delta N = 1$. Dies liegt daran, dass die Maxima und Minima sehr eng aneinander liegen und die Geschwindigkeit des Wechsels recht hoch war, was zur Folge hatte, dass man nur schwer jedes Maximum zählen konnte. Bei der Zeitunschärfe sieht es dann schon besser aus - da man in etwa absehen konnte, wann das Maximum, bei dem man die Zeit stoppen wollte, kommt, schätzen wir den Fehler der Zeitmessung auf $\Delta t = 0,5s$. An dieser Stelle ist allerdings eine wichtige Anmerkung zu machen: die Durchführung des Versuchs war relativ schwierig, da der Motor mit der Umlenkrolle nie wirklich senkrecht zur Mikrometerschraube aufgebaut werden konnte, so dass sich die Drehung des Motors perfekt auf die Schraube überträgt. Wenn man sich Abb.4 genauer anschaut, dann sieht man, dass wir versuchten, dieses Problem mit einem den Abstand haltenden Bleistift zu lösen, den wir zwischen den Motorblock und das Interferometer klemmten. Dies erwies sich als halbwegs effektiv, jedoch war während der Messung teilweise deutlich zu sehen, dass der Übertrag der Drehung des Motors zur Mikrometerschraube kurz aussetzte, was sich dadurch zeigte, dass das Interferenzbild kurz stehen blieb (maximal halbe Sekunde). Diesen Fehler als Zahlenwert abzuschätzen ist uns aber nicht möglich.

Es ergibt sich dann als Größtfehlerabschätzung:

$$\Delta s_{sys} = \left| \frac{\partial v}{\partial N} \right| \cdot \Delta N + \left| \frac{\partial v}{\partial t} \right| \cdot \Delta t \quad (26)$$

$$= \left| \frac{\lambda}{2 \cdot t} \right| \cdot 1 + \left| -\frac{\lambda \cdot N}{2 \cdot t^2} \right| \cdot 0,5s \quad (27)$$

$$\leq 3,2 \cdot 10^{-8} \frac{m}{s} + 1,6 \cdot 10^{-8} \frac{m}{s} = 0,47 \cdot 10^{-7} \frac{m}{s} \quad (28)$$

Auch hier ist natürlich wieder der Fehler maximal gewählt, für den zweiten Messwert ist auch hier der Fehler deutlich geringer, maximal ist die systematische Abweichung also 12%. Somit ergibt sich für die Geschwindigkeit des Spiegels:

$$v = (4,00 \pm 0,13 \pm 0,47) \cdot 10^{-7} \frac{m}{s} \quad (29)$$

Resümieren wir auch hier: die Abweichung durch den statistischen Fehler ist recht gering, der systematische Fehler ist schon wieder etwas höher. So lässt sich sagen, dass wir vielleicht nicht ganz genau gemessen haben, jedoch zumindest präzise! (Unterscheidung:s.Fehlerskript). Ein Literaturwert für die Motorgeschwindigkeit ist nicht angegeben.

2.4 akustischer Doppler-Effekt

Nun sollte die eben anhand von Lichtwellen durchgeführte Doppler-Verschiebung und die Schwebung mittels Stimmgabeln anschaulich untersucht werden. Wenn man die Stimmgabel anschluss (möglichst in der Mitte des Raumes um Reflektionen der Wand zu vermeiden), dann ergab sich die charakteristische Doppler-Verschiebung, wenn man es schnell vom Ohr wegbewegte und schnell darauf zubewegte - die Frequenz erhöhte, bzw. verringerte sich. Nun sollte das Analogon zur Schwebung getestet werden. Dies war am leichtesten durchzuführen, indem man sich an die Tür des Schrankes im Praktikumslabor stellte und diese mit stationärer Stimmgabel langsam vor und zurück bewegte. Die bewegte Tür hatte dann die Schwebung zur Folge, so dass man (zugegebenermaßen mit etwas gutem Willen) die Lautstärkeunterschiede (also die Intensitätsunterschiede der Schallwelle) wahrnehmen konnte.

3 Faraday-Effekt und Pockels-Effekt

In dieser Aufgabe sollte mittels Farady-Effekt und Pockels-Effekt (beide sind ausführlich in der Vorbereitung erklärt) ein Signal eines Radios auf Laserlicht moduliert werden um es nach Durchgang durch einen gewissen Aufbau wieder mittels eines Photoelements in das ursprüngliche Signal zu übersetzen und es dann hörbar zu machen.

3.1 Modulation der Intensität des Laserlichts mittels Faraday-Effekt

Dieser Versuchsteil hatte zwar rein demonstrativen Charakter, es sei trotzdem kurz der Aufbau durchgesprochen. Der Laserstrahl passiert folgende Elemente: zuerst wird er auf eine Linse von +10mm Brennweite geworfen, dies hat lediglich den Sinn, dass der Strahl aufgeteilt wird, um eventuelle Beschädigungen des Polarisationsfilters aufgrund zu hoher Energiestromdichte im Strahl zu vermeiden. Dann passierte der Strahl den Bleisilikatstab, der schon als ein Bauteil mit der Spule umwickelt vorlag. Die Spule wurde aus dem Zweitlautsprecherausgang des Radios gespeist. Hier wird das Signal des Radios auf den Laser moduliert, indem das Spannungssignal über das Magnetfeld die Phasendifferenz der Teilstrahlen im Medium beeinflusst und dadurch wiederum die Drehung des Polarisationsrichtung des Lichts zustande kommt. Um diese Polarisationsrichtung in eine Intensitätsänderung zu übersetzen, kommt als nächstes der Polarisationsfilter in den Strahlengang - er übersetzt die Polarisation in ein Intensitätssignal, indem er verschieden polarisierte Teile des Lichts mehr oder weniger stark durchlässt. Das nun austretende Licht wird dann mittels einer Photozelle mit integriertem Lautsprecher in ein akustisches Signal umgewandelt. Wir bauten den Versuch also entsprechend auf und konnten erfolgreich das Signal aus dem Radio modulieren und anschließend wieder hörbar machen.

3.2 Bestimmung der Verdet'schen Konstante von Bleisilikatglas

In diesem Versuchsteil ging es nun darum, die sogenannte Verdet'sche Konstante des verwendeten Bleisilikatstabes zu bestimmen, denn diese braucht man zur Beschreibung der Drehung der Polarisationsrichtung gemäß

$$\alpha = V \cdot l \cdot B \quad (30)$$

braucht (α :Drehwinkel, B :Magnetische Feldstärke, l :Lichtweglänge im Medium). Bezogen auf die Spule ergibt sich dann:

$$\alpha = \underbrace{V \cdot \mu_0 \cdot n}_{m} \cdot I \quad (31)$$

(Anm:Die magnetische Permeabilität wird als etwa 1 angenommen). Hier gab es nun 2 Möglichkeiten zur Auswahl: die eine war die direkte Messung, die wir durchgeführt haben (Beschreibung folgt) und eine indirekte Variante, bei der man den Drehwinkel über die Intensität des Lichts nach dem Durchgang durch einen Polarisationsfilter ermittelt hätte. Diese Methode versuchten wir zu realisieren, denn sie hätte eine genauere Bestimmung der Konstante als der direkte Weg ermöglicht. Jedoch waren wir nicht in der Lage die Apparatur zum funktionieren zu bewegen. Selbst mit Hilfe des Tutors waren wir zu dritt nicht in der Lage die Messung auszuführen und somit entschieden wir uns für die direkte Methode, die dann folgendermaßen durchgeführt wird:

Zuerst läuft der Strahl durch eine Linse (zur Aufweitung), dann durch den Bleisilikatstab, dessen Spule an ein Netzgerät angeschlossen ist. Als nächstes steht im Strahlengang einen Polarisationsfilter, dahinter ein Schirm. Nun stellt man den Strom zuerst auf 0 Ampere und dreht den Filter so, dass das Licht genau absorbiert wird, d.h. auf dem Schirm nichts zu sehen ist. Dann dreht man den Strom auf und erhält einen Lichtfleck auf dem Schirm, denn nun wurde die Polarisationsrichtung des Laserlichts gedreht und Teile davon können den Filter passieren. Nun dreht man den Filter wieder so, dass ihn kein Licht passiert und liest den Differenzwinkel an der am Filter angebrachten Skala ab.

Es ergaben sich dann folgende Messwerte:

Stromstärke [A]	Winkeleinstellung [°]	Differenzwinkel [°]
0	1,5	0
1	2	0,5
2	3	1,5
3	4,5	3

Graphisch aufgetragen ergibt sich folgendes (das Bild daneben ist der Aufbau für die indirekte Methode; für die direkte wurde nur das letzte Bauteil auf der optischen Bank durch einen Schirm ersetzt):

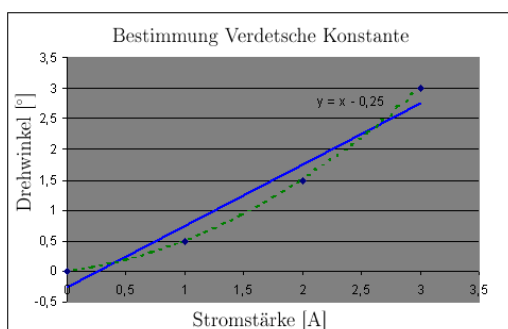


Abb.6: graphische Auswertung



Abb.7: Aufbau indirekte Methode

Wie die Graphik andeutet, ist die Messung nicht gerade sehr genau - da die Drehwinkel recht klein sind und lediglich in einem Bereich bis 3A gemessen werden durfte, sind Abweichungen kaum vermeidbar. Um zumindest ehrlich zu sein, haben wir in die Graphik auch eine Ausgleichskurve für ein Polynom

2.ten Grades gelegt um zu zeigen, dass zwar unsere theoretischen Überlegungen zu einer Gerade führen, die Messergebnisse diesbezüglich aber nicht gerade als evident betrachtet werden können.

Wenden wir uns nun also der Fehleranalyse zu. Es gelten hier wieder die Formel (3) bis (9), wobei nun entsprechend gilt:

- M : Die Anzahl der Messungen, in diesem Fall $M = 4$
- y_i : Die y-Werte, in diesem Fall der Drehwinkel α
- x_i : Die x-Werte, in diesem Fall die Stromstärke I

Auch hier wurden die Rechnungen wieder mit MS Excel durchgeführt (s.Ausdruck am Ende), womit sich folgende Werte ergeben:

Größe	errechneter Wert	Einheit	berechnet mit ...
Steigung m	1	° pro A	Formel (3)
σ_m (abs)	0,1581	° pro A	Formel (6)
σ_m (rel)	15,8%		Formel (8)

Aus (31) folgt nun für unsere gesuchte Konstante (mit $n=800$ Windungen, $\mu_0 = 1,256 \cdot 10^{-6} \text{VsA}^{-1}\text{m}^{-1}$):

$$V = \frac{m}{\mu_0 \cdot n} \approx 995,2 \frac{\circ}{\text{Tm}} \quad (32)$$

Verglichen mit dem Literaturwert von $1150 \frac{\circ}{\text{Tm}}$ liegen wir recht gut, die Abweichung beträgt 13,5%. Recht gut natürlich nur relativ zum gemachten Fehler. Diesen können wir nun gleich wieder direkt angeben, da μ_0 und n nicht fehlerbelastet sind. Also

$$\sigma_V = 157,4 \frac{\circ}{\text{Tm}} = 15,8\% \quad (33)$$

Die Messung von α kann auf ein halbes Grad genau angenommen werden, was genau einem halben Skalenteil auf dem Polarisationsfilter entspricht. Die Ungenauigkeit für I schätzen wir mir 50mA ab. Für den systematischen Fehler bringt die inzwischen hinlänglich bekannte Größtfehlerabschätzung:

$$\Delta V_{sys} = \left| \frac{\partial V}{\partial \alpha} \right| \cdot \Delta \alpha + \left| \frac{\partial V}{\partial I} \right| \cdot \Delta I \quad (34)$$

$$= \left| \frac{1}{\mu_0 \cdot n \cdot I} \right| \cdot \frac{1}{2} + \left| -\frac{\alpha}{\mu_0 \cdot n \cdot I^2} \right| \cdot 0,05 \quad (35)$$

$$\leq 497,6 \frac{\circ}{\text{Tm}} + 24,9 \frac{\circ}{\text{Tm}} = 522,5 \frac{\circ}{\text{Tm}} \quad (36)$$

wobei wieder das Wertepaar eingesetzt wurde, bei dem der Fehler am größten wurde. Hier muss man natürlich schon stark schlucken - der systematische Fehler ist horrend, aber verständlich, wenn der erste Messwerte genauso groß ist, wie die angenommene Ungenauigkeit.

Es ergibt sich also als Endergebnis:

$$V = (995,2 \pm 157,4 \pm 522,5) \frac{\circ}{\text{Tm}} \quad (37)$$

Hier kann man nun spekulieren, was das bedeutet. Eine mögliche Interpretation ist, dass wir durch puren Zufall über einen Wert gestolpert sind, der nahe am Literaturwert liegt. Die andere Möglichkeit ist, dass wir so genau gemessen haben, dass der hypothetische Fehler nicht ins Gewicht geschlagen ist. Wie auch immer - der Literaturwert ist mit Rücksicht auf die Messgenauigkeit sehr gut getroffen.

3.3 Modulation der Intensität des Laserlichts mittels Pockels-Effekt

Hier war wieder nur der Demonstrationscharakter gefordert: genau wie vorher sollte der Laserstrahl moduliert und dann wieder das Signal aufgefangen werden. Der einzige Unterschied bestand un darin, dass man statt des Faraday-Effekts den Pockels-Effekt verwendet, der durch Anlegen eines elektrischen Feldes das Medium in ein anisotropes Stadium führt und somit eine Drehung der Polarisationsrichtung erreicht (weil sich unterschiedlich polarisierte Teilwellen unterschiedlich schnell im Medium bewegen). Es ist noch anzumerken, dass man ein kleines Linsensystem verwendete, nämlich eine 10mm Linse zum aufweiten und dann eine 30mm Linse zum fokussieren des Strahls auf die Pockelszelle. In dieser wurde dann der Strahl moduliert (durch das angelegte E-Feld) und dahinter fingen wir es erfolgreich mit der Photozelle wieder auf und hörten das Radiosignal aus dem NF-Lautsprecher.

3.4 Konstantenbestimmung für Pockels-Effekt

Wir wollen nun die Materialkonstante von $LiNbO_3$ zum Pockels-Effekt bestimmen. Dafür hört man mit der Radio-Modulation des Laserstrahls auf und schaltet eine Spannungsquelle an die Pockelszelle. In der Zelle befindet sich dann ein Kondensator, der das benötigte E-Feld erzeugt. Das Laserlicht passiert also die Pockelszelle und wird danach auf einen Schirm geworfen. Auf diesem Schirm zeigt sich dann eine charakteristische Hyperbelstruktur (Abb.8). Diese kommt folgendermaßen zustande: wie erwähnt wurde das Licht bevor es in die Pockelszelle eintrat aufgeweitet und dann wieder auf die Pockelszelle fokussiert. Warum aber? Mit einem Laser haben wir doch eigentlich schon sehr gut gebündeltes Licht? Die Antwort liegt darin, dass wir nun Strahlen haben, die leicht divergent in den Kristall eintreten! Dadurch sind die Lichtwege durch den Kristall unterschiedlich und auch die Phasenverschiebung der einzelnen divergent einfallenden Teilstrahlen ist einfallswinkelabhängig.

Verändert man nun die anliegende Spannung, so verändert sich das Interferenzbild dergestalt, dass sich die Hyperbeln im Zentrum ineinander schieben und ein zentrales Maximum bilden; bei weiterem verändern flaut dies wieder ab und es ergibt sich ein Minimum. Nun zählten wir die Durchgänge Hell-Dunkel-Hell, respektive die Nummern der Maxima und die entsprechenden Spannungen. Die Spannung war von -2000V bis 2000V regelbar, es ergaben sich folgende Messwerte:

Nr. des Maximums	Spannung [V]
1	-1900
2	-1082
3	-338
4	308
5	1107
6	1814

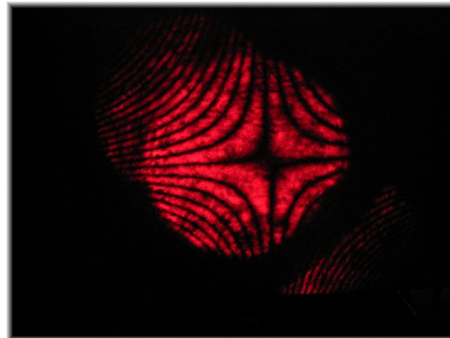


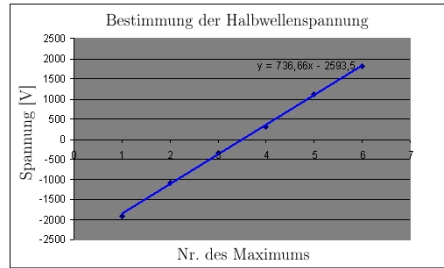
Abb.8: Hyperbelstruktur

Das Vorgehen in der Auswertung ist nun folgendermaßen: wir bestimmen die sogenannte Halbwellen-spannung U_{HW} , die die Steigung des Diagramms „U über Nr. des Maximums“ ist und berechnen daraus die gesuchte Konstante als:

$$k = \frac{\lambda \cdot d}{2 \cdot s \cdot U_{HW}} \quad (38)$$

wobei d den Elektrodenabstand bezeichne ($d = 2mm$) und s die Länge der Zelle ($s = 20mm$).

Ermitteln wir nun also die Halbwellenspannung:



Es gelten hier wieder die Formel (3) bis (9), wobei nun entsprechend gilt:

- M : Die Anzahl der Messungen, in diesem Fall $M = 6$
- y_i : Die y-Werte, in diesem Fall die Spannung U
- x_i : Die x-Werte, in diesem Fall die Nummer der Maxima

Auch hier wurden die Rechnungen wieder mit MS Excel durchgeführt (s.Ausdruck am Ende), womit sich folgende Werte ergeben:

Größe	errechneter Wert	Einheit	berechnet mit ...
Steigung $m = U_{HW}$	736,7	V	Formel (3)
σ_m (abs)	10,61	V	Formel (6)
σ_m (rel)	1,44%		Formel (8)

Es ergibt sich also eine sehr geringe Standardabweichung, wobei man auch schon am Diagramm sieht, dass die Werte eng an der Geraden liegen. Jetzt können wir k nach (38) berechnen:

$$k = \frac{632,8nm \cdot 2mm}{2 \cdot 20mm \cdot 736,7} = 4,29 \cdot 10^{-11} \frac{m}{V} \quad (39)$$

Der Fehler von U_{HW} pflanzt sich nun in k fort, also erhalten wir:

$$\sigma_k = \left| \frac{\partial k}{\partial U_{HW}} \right| \cdot \Delta U_{HW} \quad (40)$$

$$= \left| -\frac{\lambda \cdot d}{2 \cdot s \cdot U_{HW}^2} \right| \cdot \sigma_m(abs) \quad (41)$$

$$= 0,62 \cdot 10^{-12} = 1,44\% \quad (42)$$

Somit ergibt sich als Endergebnis:

$$k = (4,29 \pm 0,062) \cdot 10^{-11} \frac{m}{V} \quad (43)$$

Eine Einordnung dieses Messergebnisses ist aufgrund eines nicht vorhandenen Literaturwertes schwer, immerhin können wir aus einer sehr kleinen Abweichung feststellen, dass wir zumindest präzise gemessen haben.

4 Optische Aktivität (Saccharimetrie)

Grundsätzlich können auch Lösungen von Stoffen den Effekt der Drehung der Polarisationsrichtung bewirken. Diese Eigenschaft nennt man dann die optische Aktivität. Sie sollte hier im Folgenden an Zuckerlösungen gezeigt werden.

4.1 spezifisches optisches Drehvermögen einer Zuckerlösung

Nun sollte also das Drehvermögen für Saccharose bestimmt werden. Hierfür füllten wir 200ml Wasser in die Küvette und errechneten dann die zuzugebende Menge Zucker. Diese Menge waren 60g, denn es sollte eine Konzentration von $0,3 \frac{g}{cm^3}$ eingestellt werden. Es wurde gut umgerührt und dann in zwei Einstellungen der Laserstrahl durch die Lösung geschickt: einmal längs der Küvette und einmal quer dazu. Nun wurde die Konzentration gesenkt, indem eine gewisse Menge Wasser hinzugefügt wurde und die Messungen wiederholt. Dabei wird die Messung selbst ausgeführt wie in einem der vorangegangenen Aufgaben: man schickt den Strahl ohne Küvette durch einen Polarisationsfilter (hinter der normalen Position der Küvette) und stellt den Filter so ein, dass kein Licht mehr auf einen dahinter aufgestellten Schirm fällt. Nun stellt man die Küvette mit der Lösung in den Strahlengang und dreht den Filter so, dass wieder kein Licht mehr auf den Schirm fällt. Der Differenzwinkel ist der Drehwinkel. Man muss auch die Drehrichtung beachten, hier unterscheidet man nämlich rechts- und linksdrehende Lösungen (linksdrehend $\hat{=}$ Drehung gegen den Uhrzeiger bei Blick in Strahlrichtung, also in Ausbreitungsrichtung des Strahl). Die Skala des Polarisationsfilters ging positiv in Richtung des Uhrzeigersinns in Betrachtungsrichtung der Ausbreitungsrichtung.

Es sollte gezeigt werden, dass der Drehwinkel α proportional zur Konzentration und zum Weg durch die Lösung ist. Nun können aufgrund dessen, dass nur zwei Messpunkte gewählt wurden, nicht die einzelnen Proportionalitäten nachgewiesen werden. Man zeigt stattdessen die Proportionalität des Produkts:

$$\alpha = [\alpha] \cdot k \cdot l \quad (44)$$

wobei $[\alpha]$ eine Stoffkonstante ist. Es ergaben sich folgende Messwerte:
die Nullstellung auf der Skala ohne Küvette ergab sich bei 2°

Breite der Küvette: 5,9cm

Länge der Küvette: 19,8cm

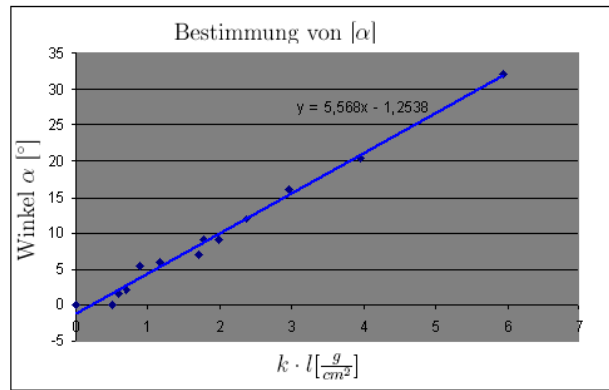
Konzentration $[\frac{g}{cm^3}]$	Stellung kurze Seite $[\circ]$	Drehung kurze Seite $[\circ]$	Stellung lange Seite $[\circ]$	Drehung lange Seite $[\circ]$
0,3	-7	9	-30	32
0,2	-4	6	-18,5	20,5
0,15	-3,5	5,5	-14	16
0,12	0	2	-10	12
0,1	0,5	1,5	-7	9
0,086	2	0	-5	7

Das erste, was wir hier festhalten können, ist, dass der verwendete Rohrzucker ein linksdrehender Zucker ist!

Es sei hier noch erwähnt, dass man einen Knick in der Strahlausbreitung gesehen hat, wenn man frisches Wasser in die sich bereits in der Küvette befindliche Lösung schüttete. Dieser kommt zustande durch die unterschiedlichen Konzentrationen und somit auch unterschiedlichen Brechzahlen.

Um nun eine lineare Regression mit (44) durchzuführen, müssen wir erst einmal die Werte für das Produkt $k \cdot l$ ausrechnen.

$k \cdot l \left[\frac{g}{cm^2} \right]$	Drehwinkel α
0	0
1,77	9
1,18	6
0,885	5,5
0,708	2
0,59	1,5
0,507	0
5,94	32
3,96	20,5
2,97	16
2,376	12
1,98	9
1,703	7



Es gelten hier wieder die Formel (3) bis (9), wobei nun entsprechend gilt:

- M : Die Anzahl der Messungen, in diesem Fall $M = 13$
- y_i : Die y-Werte, in diesem Fall der Winkel α
- x_i : Die x-Werte, in diesem Fall die Werte des Produkts $k \cdot l$

Auch hier wurden die Rechnungen wieder mit MS Excel durchgeführt (s.Ausdruck am Ende), womit sich folgende Werte ergeben:

Größe	errechneter Wert	Einheit	berechnet mit ...
Steigung $[\alpha]$	5,5675	$\frac{^\circ cm}{g}$	Formel (3)
$\sigma[\alpha]$ (abs)	0,1800	$\frac{^\circ cm}{g}$	Formel (6)
$\sigma[\alpha]$ (rel)	3,2%		Formel (8)

Nun fehlt uns bloß noch eine Größtfehlerabschätzung. Für den Ablesefehler des Winkels behalten wir ein halbes Grad bei, für die Längenmessungen sind ein halber mm angemessen und für die Unsicherheit der Konzentration schätzen wir, dass wir etwa 1g in der ursprünglichen Konzentration daneben liegen könnten, d.h. $\Delta k = 0,005 \frac{g}{cm^3}$.

$$\Delta[\alpha]_{sys} = \left| \frac{\partial[\alpha]}{\partial \alpha} \right| \cdot \Delta\alpha + \left| \frac{\partial[\alpha]}{\partial k} \right| \cdot \Delta k + \left| \frac{\partial[\alpha]}{\partial l} \right| \cdot \Delta l \quad (45)$$

$$= \left| \frac{1}{k \cdot l} \right| \cdot 0,5^\circ + \left| -\frac{\alpha}{k^2 \cdot l} \right| \cdot 0,005 \frac{g}{cm^3} + \left| -\frac{\alpha}{k \cdot l^2} \right| \cdot 0,05cm \quad (46)$$

$$\leq 0,85 \frac{^\circ cm}{g} + 0,24 \frac{^\circ cm}{g} + 0,02 \frac{^\circ cm}{g} = 1,11 \frac{^\circ cm}{g} \quad (47)$$

Somit ergibt sich als unser Endergebnis:

$$[\alpha] = (5,5675 \pm 0,1800 \pm 1,11) \frac{^\circ cm}{g} \quad (48)$$

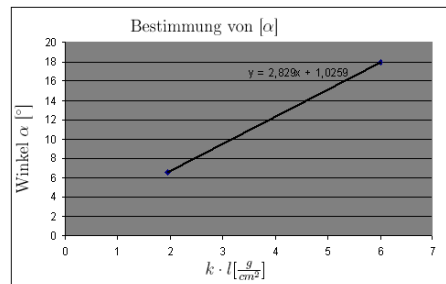
Somit haben wir wieder eine Messung, bei der der systematische Fehler überwiegt und der statistische recht klein ist. Das Problem ist hier die Methode der Größtfehlerabschätzung - dann man wirklich den *größten* Fehler nimmt, scheint das Messung schlechter, als sie es wahrscheinlich ist. Nichtsdestotrotz wurde der lineare Zusammenhang bestätigt. Weitere Parameter sind (s.Vorbereitung) vermutlich die Temperatur und u.U. die eingestrahlte Wellenlänge sein.

4.2 spezifisches optisches Drehvermögen einer entgegengesetzt drehenden Lösung

Hier wurde aufgrund der recht teuren Lösung (Sorbose, $0,33 \frac{g}{cm^3}$) nur eine Messung mit einer Konzentration durchgeführt, wieder für die Längs- und Querseite der Küvette. Es ergaben sich folgende Messwerte:

Nullstellung: 2°
Querseite: Stellung 8° , also Drehung 6°
Längsseite: Stellung 20° , also Drehung 18°

Hier war weniger der Sinn den Proportionalitätsfaktor anzugeben, da auch durch die zwei Messwerte keine sehr genaue Abschätzung sinnvoll angebar ist. Es sei hier aber der Vollständigkeit halber getan: $[\alpha] = 2,83 \frac{cm}{g}$.



Das hauptsächlich wichtige an diesem Versuchsteil war es zu sehen, dass die Sorbose-Lösung eine umgekehrte Wirkung im Vergleich zur Saccharose-Lösung hat: die Sorbose ist eine rechtsdrehende Lösung.

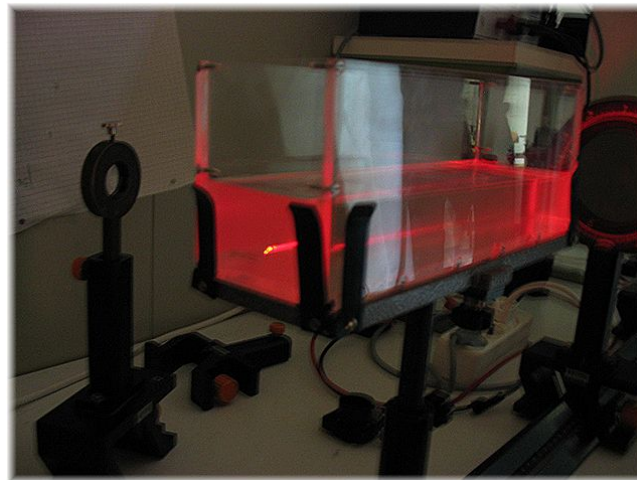


Abb.9: Laserstrahl durch Küvette