

Versuch: P2-15

# Zentimeterwellenoptik mit Messinterface

- Vorbereitung -

## Vorbemerkung

Da bei Verwendung von Licht (also elektromagnetischer Wellen im Bereich von mehreren hundert Nanometern) optische Effekte teils schwierig zu beobachten sind, werden wir in diesem Versuch Zentimeterwellen, d.h. Wellen mit einer Wellenlänge von einigen Zentimeter verwenden. Diese tragen den Eigennamen *Mikrowellen*. Auch bei diesen Wellen wollen wir die typischen Beugungs- und Interferenzphänomene der klassischen Optik beobachten, allerdings auch Experimente darüber hinaus durchführen, als Beispiel sei der optische Tunneleffekt genannt.

Gleichzeitig bietet dieser Versuch die Möglichkeit, das Umgehen mit größeren Datenmengen und die Auswertung mittels Computerprogrammen zu trainieren. In diesem Fall wird die Datenerfassung vom sogenannten *CASSY* Messinterface durchgeführt.

## Inhaltsverzeichnis

0	Erzeugung von Mikrowellen	2
1	Wellenlängenbestimmung	3
2	Hornempfänger und CASSY	3
3	Fresnel-Beugung am Einzelspalt	3
4	Messung des Spektrums von Spalten und Gittern mit CASSY	4
5	Interferometer	6
6	Polarisation der Mikrowellenstrahlung	7
7	Absorptionsvermögen	8
8	Intensitätsmessung und optischer Tunneleffekt	8

## 0 Erzeugung von Mikrowellen

Um Wellen im Radiofrequenzbereich zu erzeugen, verwendet man häufig die Meißnersche Rückkopplungsschaltung, die ungedämpfte Schwingungen erzeugt. Für sehr hohe Frequenzen sind jedoch Induktivitäten und Kapazitäten in diesem Schwingkreis zu groß. Außerdem genügen Elektronenröhren nicht mehr zur Anfachung von Schwingungen mit  $\omega > 10^{10} \text{ s}^{-1}$ , weil die Laufzeit der Elektronen in der Röhre größer wird als die Schwingungsdauer. Für diesen Frequenzbereich entwickelte man deshalb das *Klystron*.

Das hier verwendete Reflexklystron sieht folgendermaßen aus:

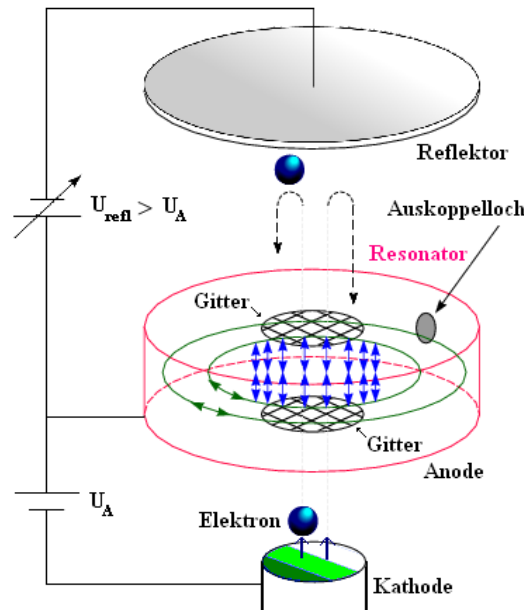


Abb.1: Reflexklystron

Die Schwingung wird in einem zylindrischen Hohlraumresonator erzeugt, von dessen Abmessungen die Wellenlänge der später emittierten Wellen abhängt. Boden und Deckel des zylindrischen Aufbaus können als Kondensatorplatten aufgefasst werden, die Zylinderwand als Spule. Verfolgen wir nun also ein Elektron auf seiner Bahn durch die Anordnung. Wie aus Abbildung 1 zu ersehen ist, werden die Elektronen bei der Kathode emittiert, was schlicht durch den glühelektrischen Effekt erreicht wird. Mittels der Spannung  $U_A$  werden die Elektronen beschleunigt und treten dann durch die Gitter in den Resonator ein und wieder aus, wobei sie im Resonator durch ein starkes Wechselfeld entweder beschleunigt oder abgebremst werden, die Elektronen werden geschwindigkeitsmoduliert. Nach Wiederaustritt fliegen die Elektronen weiter, auf den Reflektor zu, gegen dessen Feld sie anlaufen. Man wählt allerdings das Feld so stark, dass die Elektronen schließlich zur Umkehr gezwungen werden. Da sich infolge der Geschwindigkeitsmodulation Elektronenpakete bilden, die sich mit gleicher Geschwindigkeit vorwärts bewegen, sagt man, dass sich eine Dichtemodulation ergibt. Wie erwähnt sind die Elektronen vor dem Reflektor umgekehrt und durchsetzen nun das ursprüngliche Austrittsgitter von der Rückseite. Ist nun der dichtemodulierte Elektronenstrahl bei diesem zweiten Eintritt in den Resonatorspalt in Gegenphase zu der dort anliegenden hochfrequenten Wechselfeldspannung, so werden die Elektronen abgebremst und geben ihre kinetische Energie an das Feld ab, wodurch die Schwingung aufrecht erhalten wird. Ein Teil dieser Energie kann dann in Form von z.B. Mikrowellen (je nach Klystronabmessungen) „entnommen“ werden.

Die Anwendungsbereiche von Klystrons sind recht breit: Der Frequenzbereich erstreckt sich von einigen 100 MHz bis hin zu einigen 10 GHz. Typische Anwendungsgebiete sind daher starke UHF- und Mikrowellen-Sender, Radar (Reflexklystron als Mischoszillator), Mikrowellenheizung (z.B. in der Spanplattenherstellung), medizinische und wissenschaftliche Teilchenbeschleuniger.

# 1 Wellenlängenbestimmung

Es soll nun die Wellenlänge der während des gesamten Experiments verwendeten Strahlung bestimmt werden. Hierfür wird vor die Quelle der Strahlung eine Metallwand aufgestellt, wodurch sich zwischen Quelle und Wand stehende Wellen ausbilden. Da die Wand aus einem festen Material besteht, muss für eine stehende Welle an der Wand ein Knoten sein:

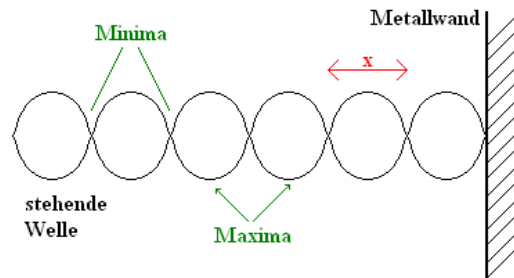


Abb.2: stehende Welle

Zur Bestimmung der Wellenlänge geht man folgendermaßen vor: man führt langsam den Empfangsdipol durch die stehende Welle. Man wird nun die verschiedenen Maxima und Minima registrieren können. Aus dem Abstand  $x$  von zwei Minima (also zwei Knoten) können wir jetzt die Wellenlänge bestimmen, denn der Abstand von zwei Knoten entspricht genau einer halben Wellenlänge:

$$\lambda = 2 \cdot x \quad (1)$$

Man könnte dies natürlich auch mit Maxima durchführen; man zieht hier die Minima deshalb zu Rate, da ihre Position schärfer zu bestimmen sein dürfte.

## 2 Hornempfänger und CASSY

In dieser Aufgabe soll zunächst CASSY kurz eingeführt werden. Man beobachtet nun das Mikrowellensignal mit Hilfe des Hornempfängers, wobei die Form des Signals dargestellt werden soll. Wir erwarten, dass der Sender einen recht kleinen Raumwinkel bestrahlen wird. Außerdem ist mit Überlegungen aus der E-Lehre zu erwarten, dass die Abnahme der elektrischen Feldstärke in der Welle mit  $\frac{1}{r^2}$  stattfinden wird, wobei  $r$  den Abstand zur Quelle bezeichne.

## 3 Fresnel-Beugung am Einzelspalt

Wir bauen den Versuch nun so auf, dass die emittierten Mikrowellen durch einen Einzelspalt gestrahlt werden, wodurch wir Beugungsbilder erhalten. Um das Beugungsbild zu erhalten, messen wir mittels CASSY die Intensität in Abhängigkeit vom Winkel, d.h. wir lassen den Detektor äquidistant zum Einzelspalt einen gewissen Winkelbereich abfahren und messen so winkelabhängig die Intensität. Es lassen sich zwei Effekte unterscheiden:

### • Fraunhofer-Beugung

Bei der Berechnung der Formel für die Winkelabhängigkeit der Intensität (s.Aufgabe 4) werden folgende Annahmen gemacht:

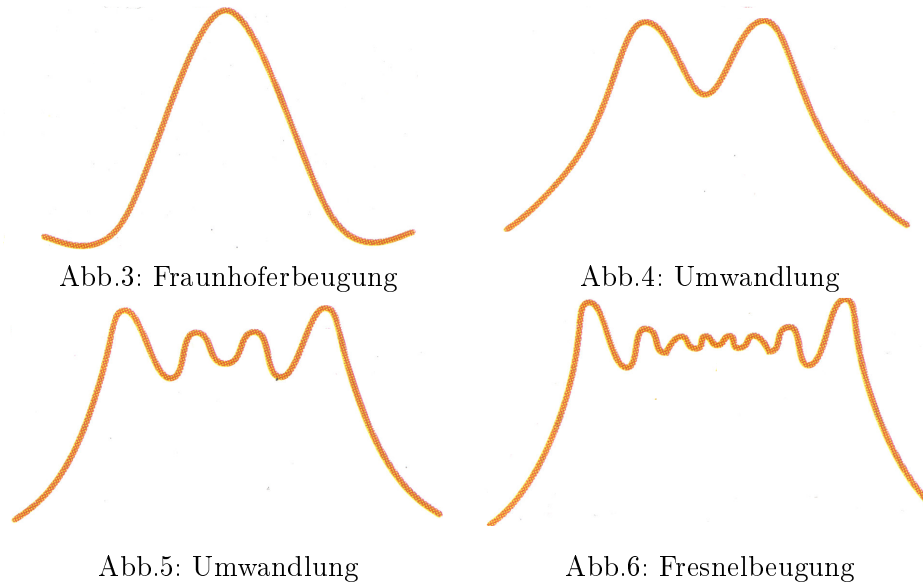
- Ebene Wellen fallen so auf den Spalt, dass die Strahlen parallel und senkrecht auf den Spalt treffen (was die Amplituden- und Phasengleichheit der emittierten Elementarwellen zur Folge hat)
- Der Abstand des Schirms vom Spalt ist groß gegenüber der Spaltbreite

Sind diese Bedingungen erfüllt, so spricht man beim entstehenden Beugungsbild von der Fraunhoferschen Beugung. Diese kann auch beobachtet werden, wenn man die parallelen Strahlen mittels einer Linse auf einen Schirm fokussiert, der sich in der Brennebene der Linse befindet.

- **Fresnel-Beugung**

Dieses schwerer zu beschreibende Beugungsbild kommt dann zustande, wenn wir das Beugungsmuster in geringerem Abstand vom Hindernis, bzw. von der Öffnung beobachten. Da nun die Spaltabmessungen nicht mehr klein gegen den Abstand des Spalts zum Schirm sind, können wir sie nicht mehr vernachlässigen.

Verändert man also den Abstand des Schirms vom Spalt, bringt man den Schirm z.B. aus größerer Entfernung immer näher an den Spalt, so kann man einen kontinuierlichen Übergang vom Fraunhoferschen Beugungsbild zum Fresnelschen Beugungsbild erkennen. Die Beugungsbilder, die man bei genanntem Übergang zu sehen bekommt, sind folgende (Quelle: Tipler, S.1132):



Durch entsprechenden Versuchsaufbau sollen nun obige Beugungsbilder beobachtet werden.

## 4 Messung des Spektrums von Spalten und Gittern mit CASSY

Nun soll eine ähnliche Messung wie in der vorangegangenen Aufgabe durchgeführt werden: wieder messen wir winkelabhängig mittels CASSY die Intensität, der an einem Einzelspalt, Doppelspalt und Gitter gebeugten Mikrowellenstrahlung. Es soll in der Auswertung auch noch die theoretischen Verläufe ermittelt werden, deswegen werden im folgenden die Intensitätsformeln angegeben. Für die Berechnung der theoretischen Verläufe ist die Wellenlänge der verwendeten Strahlung nötig - was uns aber im Umkehrschluss erlaubt, unsere Messung der Wellenlänge aus Aufgabe 1 zu verifizieren, indem wir schlicht die Werte der Wellenlänge im theoretischen Verlauf solange variieren, bis die Verläufe von Theorie und Experiment möglichst deckungsgleich sind. Erreichen wir das, dann haben wir auch einen Wert für die Wellenlänge ermittelt.

Natürlich könnte an dieser Stelle aus der Literatur die Herleitung der Formeln für die Intensität als Betragsquadrat der Fouriertransformierten der Einzel, bzw. Mehrfachspaltfunktion herausgesucht und hingeschrieben werden. Dies sei allen Beteiligten erspart (kann aber auf Wunsch nachgereicht werden). Für die winkelabhängige Intensität  $I(\theta)$  gilt:

$$I(\theta) = I_0 \cdot \frac{\sin^2(x)}{x^2}, \quad \text{mit } x = \frac{\pi \cdot b}{\lambda} \cdot \sin \theta \quad (2)$$

wobei  $b$  die Spaltbreite bezeichne.

Der Verlauf sieht folgendermaßen aus:

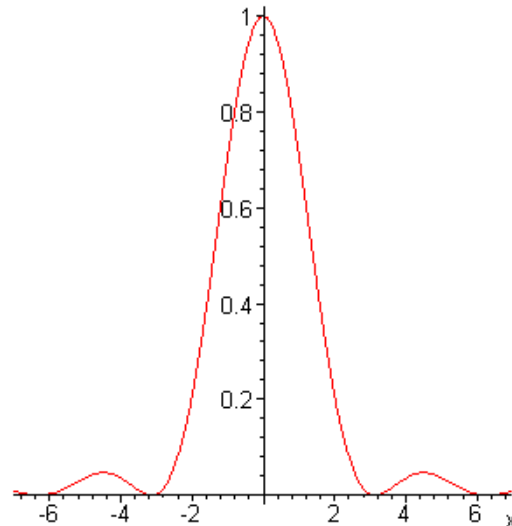


Abb.7: Einzelspaltverteilung

Es ist hier nur die Funktion selbst in Abhängigkeit von  $x$  geplottet; eine Winkeleinteilung der Skala würde wenig Sinn ergeben, denn dafür müsste man eine konkrete Spaltbreite vorgeben. Somit macht hier eine qualitative Angabe Sinn.

Die Intensitätsverteilung für den Doppel-/Mehrfachspalt (Gitter) ergibt sich:

$$I(\theta) = I_0 \cdot \frac{\sin^2(x)}{x^2} \cdot \frac{\sin^2(N \cdot y)}{\sin^2(y)} \quad (3)$$

mit

$$x = \frac{\pi \cdot b}{\lambda} \cdot \sin \theta \quad \text{und} \quad y = \frac{\pi \cdot d}{\lambda} \cdot \sin \theta \quad (4)$$

wobei  $b$  die Breite der Spalte bezeichne und  $d$  den Spaltabstand.

Bevor wir den Verlauf ansehen, vergegenwärtigen wir uns, dass diese Formel Sinn ergibt:

Der erste Quotient ist die „Einhüllende“, die durch die Beugungsfigur jedes einzelnen Spalts zustande kommt. Der zweite Quotient ist eine periodische Funktion, die aufgrund der Interferenz der Lichtbündel von den verschiedenen Spalten zustande kommt, der Spalt selbst wird hier als Oszillator aufgefasst.

- $d \rightarrow 0$

Geht also der Spaltabstand gegen 0, so geht die Intensitätsverteilung über in die Einhüllende (s.u.). Dies liegt daran, dass der 2.Faktor mehr oder weniger konstant wird. Auch dies ist einfach zu verstehen: gehen wir mit dem Spaltabstand gegen 0, so wird aus unserem Gitter ja mehr oder weniger wieder ein Einzelspalt, mit der Intensitätsverteilung aus Formel (2).

- $b \rightarrow 0$

Geht die Spaltbreite gegen 0, so wird die Interferenz der einzelnen Spalte untereinander sehr viel stärker

Wir haben nun gezeigt, dass die Intensitätsverteilung zumindest schlüssig erscheinen (soweit dies ohne mathematische Betrachtung möglich ist). Das Beugungsbild des Gitters ergibt sich dann folgendermaßen (Quelle: Demtröder 2, S.320):

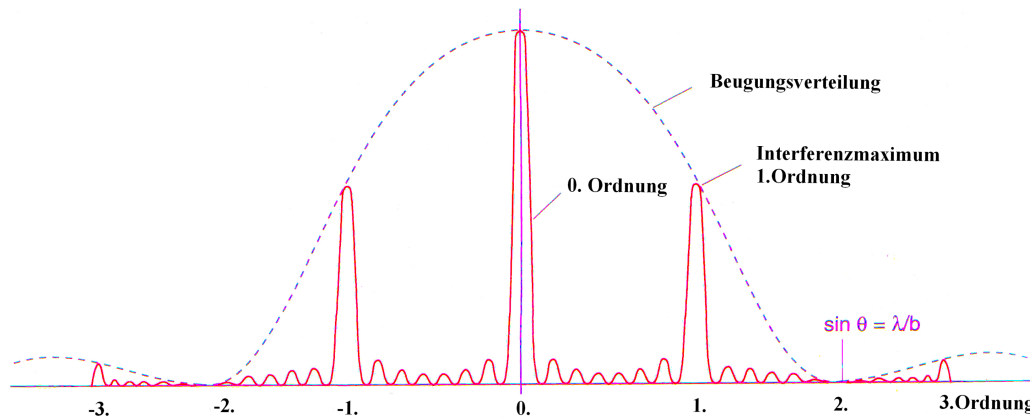


Abb.8: Gitterintensitätsverteilung

Dieses Bild stellt ein acht-spaltiges Gitter dar, bei dem  $d = 2 \cdot b$  gewählt wurde. Der Vollständigkeit halber (obwohl der Doppelspalt ja nur ein Gitter mit 2 Spalten ist), sei dessen Intensitätsverteilung auch noch gezeigt (mit  $b = 7\text{cm}$ ,  $g = 10,5\text{cm}$ , Quelle: Vorbereitungshilfe):

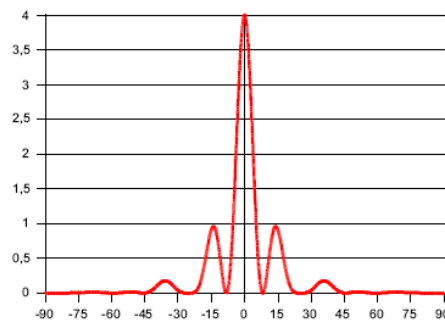


Abb.8: Doppelspaltintensitätsverteilung

## 5 Interferometer

Aus zwei Plexiglasplatten, die in den Strahlengang eingebracht werden, sollen wir uns nun ein kleines Interferometer bauen. Dafür werden die Platten planparallel aufgestellt und zwar so, dass sie mehr oder weniger senkrecht auf dem einfallenden Strahl stehen. Der Grund für die Verwendung von Plexiglas ist der, dass bei diesem Material Reflexions- und Transmissionskoeffizient annähernd gleich sind, d.h. die Hälfte der Wellen wird reflektiert, die andere Hälfte durchgelassen. Das hat zur Folge, dass ein auftreffender Strahl geteilt wird: die eine Hälfte passiert das Material, während die andere an die benachbarte Plexiglasplatte zurückgeworfen wird. Hier findet natürlich der gleiche Prozess statt, usw. Das Resultat ist, dass wir hinter der zweiten Platte den ursprünglich transmittierten Strahl und einen Strahl, der zweimal reflektiert und dann transmittiert wurde, vorfinden. Diese beiden Strahlen können nun miteinander interferieren. Obwohl das nicht gefragt ist, wäre dieser Aufbau auch eine gute Möglichkeit, um die Kohärenzlänge der verwendeten Strahlung zu untersuchen. Natürlich finden wir auch noch Strahlen anderer Ordnung hinter der Platte, die Reflektion ist ja nicht nur auf einmal beschränkt. Wir nehmen allerdings an, dass die Intensität der 2. und höherer Ordnungen vernachlässigbar ist.

Der Aufbau sieht also folgendermaßen aus (der Strahl sei schräg gezeichnet, um den Effekt deutlich zu machen):

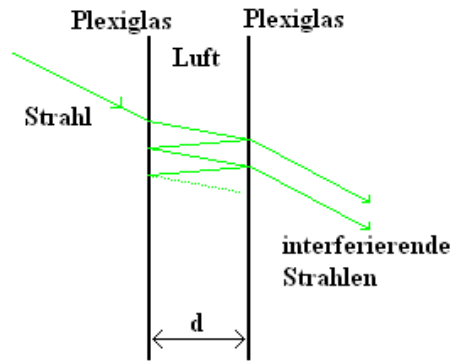


Abb.9: Prinzip des Interferometers

Aus diesem Aufbau lässt sich auch die Wellenlänge bestimmen. Es gilt nämlich

- *Intensitätsminima* (also konstruktive Interferenz):

Da der zusätzliche Weg, den der zunächst reflektierte Strahl durch das Interferometer gerade zweimal dessen Dicke  $d$  ist, ist die Bedingung für eine konstruktive Interferenz, dass dieser Gangunterschied ein Vielfaches der Wellenlänge ist. Somit gilt ( $n$  bezeichne die Ordnung des Maximums):

$$\lambda = \frac{2 \cdot d}{n} \quad (5)$$

- *Intensitätsminima* (also destruktive Interferenz):

Um sich auszulöschen, müssen die Wellen gerade einen Gangunterschied des Vielfachen einer halben Wellenlänge haben. Somit gilt für die Minima:

$$\lambda = \frac{4 \cdot d}{2 \cdot n - 1} \quad (6)$$

## 6 Polarisation der Mikrowellenstrahlung

Untersucht man elektromagnetische Wellen, so ist die Information über die Polarisationsrichtung der Strahlen nicht unerheblich. Diese Aufgabe zielt nun auf die Bestimmung der Polarisationsrichtung. Dafür werden verschiedene Methoden verwendet:

- *Ohne zusätzliches Bauelement*

Hierfür wird schlicht der Empfänger um seine eigene Achse gedreht und die Intensität in Abhängigkeit von seiner Stellung (also seinem Drehwinkel) gemessen. Dabei wird der Winkel  $\alpha = 0^\circ$  als der Winkel definiert, bei dem das Maximum zu finden ist. Für die Intensität gilt dann:

$$I(\alpha) = I_0 \cdot \sin^2(\alpha) \quad (7)$$

- *mit zusätzlichem  $\frac{\lambda}{4}$ -Plättchen*

Als  $\frac{\lambda}{4}$ -Plättchen bezeichnet man einen Zirkular-Polarisator, der eine linear polarisierte Welle ( $\vec{E}$  zeigt immer in die gleiche Richtung,  $E_x$  und  $E_y$  sind in Phase (Ausbreitungsrichtung  $E_z$ )) in eine zirkular polarisierte Welle umwandelt (Phasenverschiebung von  $90^\circ$  von  $E_x$  und  $E_y$ ). Dies kommt dadurch zustande, dass die senkrecht polarisierten Anteile der einfallenden Welle unterschiedliche Brechung erfahren und somit bei geeigneter Wahl der Dicke des Bauteils zirkular polarisiert austreten. Der Begriff  $\frac{\lambda}{4}$ -Plättchen kommt daher, dass für die Beziehung zwischen Bauteildicke  $d$  und den Brechungsindizes der einzelnen Ausbreitungsrichtungen gelten muss:  $d \cdot (n_3 - n_1) = \frac{\lambda}{4}$ .

In diesem Fall haben wir es natürlich nicht mit einem kleinen Bauteil zu tun - als  $\frac{\lambda}{4}$ -Plättchen benutzen wir ein Metallstreifengitter, das unter  $45^\circ$  gegen die Polarisationsrichtung der einfallenden Strahlung ausgerichtet wird. Eine zirkular polarisierte Welle ist allerdings nur ein Spezialfall einer elliptisch polarisierten Welle, wenn z.B. die Phasenverschiebung nicht genau  $90^\circ$  beträgt. Da ein Metallstreifengitter kein perfektes  $\frac{\lambda}{4}$ -Plättchen darstellt, werden wir elliptisch polarisierte Wellen feststellen. Dies ist allerdings auch gut so, denn wäre die Welle perfekt zirkular polarisiert, dann würden wir keine winkelabhängige Intensität feststellen, sondern schlicht eine um den Faktor  $\sqrt{2}$  verringerte Intensität. Bei der elliptischen Polarisation registriert man bei anfänglich maximaler Intensität nach Drehung um  $90^\circ$  eine kleiner Intensität und dann ist natürlich bei einer weiteren Drehung um  $90^\circ$  wieder der Maximumzustand erreicht.

## 7 Absorptionsvermögen

Dieser Versuch ist rein phänomenologischer Natur. Wir sollen untersuchen, wie Glas, Plexiglas und das Paraffin der Linsen die Mikrowellenstrahlung absorbiert. Dafür wird zunächst die Intensitätsverteilung ohne die Absorber vermessen, um danach die Messung mit dem in den Strahlengang eingebrachten Absorber zu wiederholen. Nun ergeben sich Intensitätsunterschiede, die auf das Absorptionsvermögen der einzelnen Stoffe schließen lässt.

## 8 Intensitätsmessung und optischer Tunneleffekt

Nun soll der sogenannte optische Tunneleffekt untersucht werden. Dazu bringen wir zwei Planparallele Zuckerprismen in den Strahlengang. Trifft nun der Strahl auf die Hypotenuse des ersten Prismas, so wird er eigentlich total reflektiert. Ein Teil der Strahlung kann jedoch bei geringem Abstand der Prismen in das zweite Prisma *tunneln* und sich dort weiter ausbreiten. Wir messen nun die Intensität der Strahlung als Funktion des Abstandes der Prismen. Zur Auswertung wird  $\ln(I)$  über dem Abstand aufgetragen, mittels der Geradensteigung können wir ermitteln, was die Reichweite  $R$  ist, nach der die Intensität um den Faktor  $e$  abgeschwächt ist. Der Strahlengang sieht folgendermaßen aus:

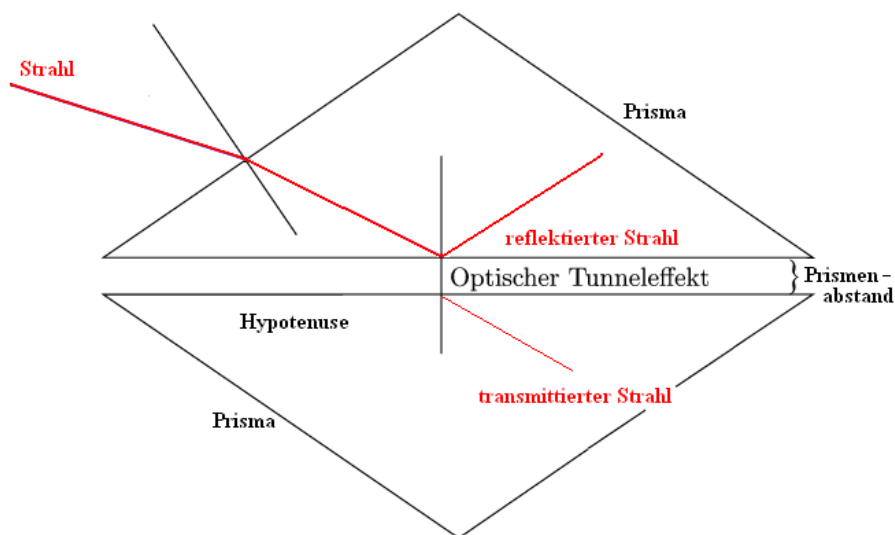


Abb.10: Strahlengang beim optischen Tunneleffekt

Wir sind bisher noch gar nicht darauf eingegangen, dass wir (s.o.) Zuckerprismen verwenden. Was kann dies für einen Sinn haben? Wir denken uns, dass die Antwort auf diese Frage in der kristallinen Struktur des Zuckers zu finden ist. Für Kristalle gibt es eine besondere Form der Reflexion, die *Bragg-Reflexion*. Wird nämlich ein Kristall mit dem Netzebenenabstand  $d$  mit Strahlung der Wellenlänge  $\lambda$  bestrahlt, so wird das Licht von den verschiedenen Netzebenen reflektiert und interferiert mit sich:

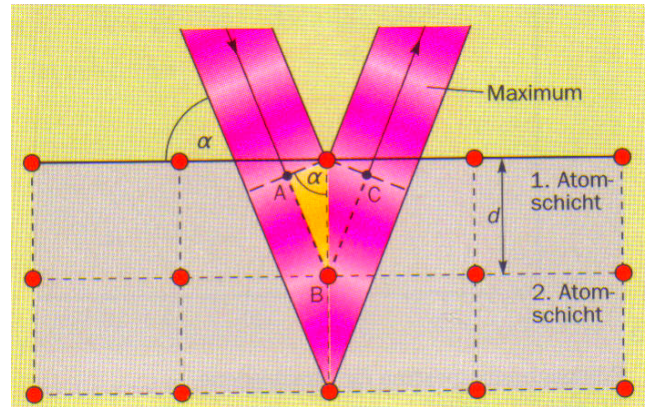


Abb.11: Bragg-Reflexion

(Quelle:Physik Oberstufe,Cornelsen, S.361). Die Bedingung für konstruktive Interferenz ist wieder, dass der Gangunterschied einem Vielfachen der Wellenlänge entspricht, was bei einem Einfallswinkel  $\alpha$  zu folgender Formel führt:

$$\sin(\alpha) = \frac{n \cdot \lambda}{2 \cdot d} \quad (8)$$

Es sei noch kurz zum Tunneleffekt hinzugefügt:

Eine fundamentale Aussage der Relativitätstheorie besagt, dass sich keine Wirkung, bzw. kein kausaler Zusammenhang schneller als das Licht bewegen kann. Ein Gegenbeispiel scheint die Transmission von elektromagnetischen Wellen durch verbotene Zonen, z.B. kurve Hohlleiterstücke, die so eng sind, dass die angebotene Mikrowellenfrequenz nicht propagieren kann. Wie aber auch in unserem Versuch kann es durch den Tunneleffekt doch zu einer geringen Transmission kommen und man kann dann tatsächlich eine Tunnelgeschwindigkeit definieren, die größer als die Lichtgeschwindigkeit ist. Trotzdem: die sogenannte Frontgeschwindigkeit, mit der sich bei einem Impuls der Ort bewegt, an dem die Feldstärke erstmals von Null abweicht, ist kleiner als  $c$ , wodurch die Relativität nicht verletzt ist.