

Versuch: P2-60

# Transistor- und Operationsverstärker

- Vorbereitung -

**Vorbemerkung**

Bei physikalischen Versuchen tritt häufig die Situation auf, dass eine Spannung verstärkt werden muss. Deshalb gehören Verstärkerschaltungen zum Handwerkszeug eines jeden Experimentalphysikers oder Physiklehrers. Die beiden wichtigsten Grundbausteine dieser Schaltungen werden in diesem Versuch behandelt:

- Transistoren
- Operationsverstärker

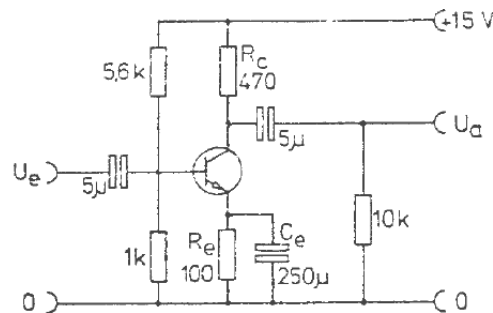
**Inhaltsverzeichnis**

<b>1</b>	<b>Transistor in Emitterschaltung</b>	<b>2</b>
1.1	Einstufiger Transistorverstärker . . . . .	2
1.2	Verstärkung einer Dreiecksspannung . . . . .	3
1.3	Entfernung des Emitter-Kondensators $C_e$ . . . . .	3
1.4	Frequenzabhängigkeit des Verstärkungsfaktors . . . . .	3
<b>2</b>	<b>Nicht-invertierende Grundschaltung des Operationsverstärkers</b>	<b>4</b>
2.1	Nichtinvertierender Verstärker . . . . .	4
2.2	Eingangs- und Ausgangswiderstand . . . . .	5
2.2.1	Eingangswiderstand . . . . .	5
2.2.2	Ausgangswiderstand . . . . .	5
2.3	Frequenzabhängigkeit der Verstärkung . . . . .	5
<b>3</b>	<b>Invertierende Grundschaltung</b>	<b>6</b>
3.1	Invertierender Verstärker . . . . .	6
3.2	Addierer . . . . .	7
3.3	Integrierer (invertierend) . . . . .	7
3.4	Differenzierer (invertierend) . . . . .	8
<b>4</b>	<b>Komplexere Schaltungen</b>	<b>8</b>
4.1	Idealer Einweggleichrichter . . . . .	8
4.2	Dreieck- und Rechteckspannungsgenerator . . . . .	9
4.3	Programmierte Differentialgleichung 2. Ordnung . . . . .	9

# 1 Transistor in Emitterschaltung

## 1.1 Einstufiger Transistorverstärker

Mit dem Transistor haben wir uns bereits ausgiebig im ersten Teil des Praktikums im Versuch „Transistorschaltungen“ beschäftigt. Zunächst soll eine Emitterschaltung, die am häufigsten verwendete Verstärkerschaltung des Transistors, nach folgendem Schaltbild aufgebaut werden:



Das zu verstärkende Signal ist in dieser Schaltung an die Basis zu legen, das Ausgangssignal kann dann am Kollektor abgegriffen werden. Die einzelnen Bauelemente in der konkreten Schaltung haben folgende Funktionen:

- **Basisspannungsteiler:** Mit den beiden Widerständen  $R = 5,6 \text{ k}\Omega$  und  $R = 1 \text{ k}\Omega$  wird die Spannung an der Basis festgelegt.
- Die **Ein- und Ausgangskondensatoren** mit  $C = 5 \mu\text{F}$  filtern die Gleichstromanteile heraus. Dies hat den Vorteil, dass die Wechselspannungsanteile den Verstärker ungehindert vom internen Betriebsstrom durchlaufen.
- Der **Emitter-Widerstand**  $R_e$  ist in Reihe zum Emitter des Transistors geschaltet. Infolgedessen fällt an  $R_e$  eine Spannung ab, so dass als effektive Basisspannung am Transistor nur ein durch den Spannungsabfall an  $R_e$  reduzierter Wert anliegt. Erhöht sich nun (z.B. durch einen Temperaturanstieg) die Spannung am Transistor, erhöht sich auch der Emitterstrom - was zur Folge hat, dass an  $R_e$  eine höhere Spannung abfällt und die Verstärkung somit wieder reduziert wird. Der Regelkreis hat demnach eine Gegenkopplung, also einen selbstmindernden Effekt. Dies hat die Auswirkung, dass der Arbeitspunkt des Transistors stabilisiert wird, störende zusätzliche Spannungen fallen an  $R_e$  ab.
- Der Spannungsabfall am Emitter-Widerstand  $R_e$  hat aber den Nachteil, dass er die Verstärkung reduziert. Um nun eine Gegenkopplung des Wechselstroms zu vermeiden, wird als „Ausweichstrecke“ für die Wechselstromanteile der **Emitter-Kondensator**  $C_e$  parallel zu  $R_e$  geschaltet (Gleichstromanteile können den Kondensator nicht passieren und fallen an  $R_e$  ab, werden gegengekoppelt). Die Kapazität von  $C_e$  muss so gewählt werden, dass die tiefsten noch zu verarbeitenden Frequenzen passieren können.

Zusammengefasst würde eine störende, durch Temperaturanstieg bedingte Änderung des Basis-Emitter-Widerstands des Transistors weitgehend durch den Emitter-Widerstand  $R_e$  ausgeglichen, während das eigentliche Signal (Wechselstrom) dank des Kondensators  $C_e$  davon nicht betroffen ist (falls Frequenz ausreichend hoch). Im Versuch soll nun die Schaltung aufgebaut und der Arbeitspunkt gefunden werden.

## 1.2 Verstärkung einer Dreiecksspannung

Gemäß Aufgabenstellung soll anschließend am Verstärker eine Dreiecksspannung mittlerer Frequenz, also etwa 1 kHz, angelegt werden. Sowohl das Eingangssignal als auch das verstärkte Ausgangssignal sollen auf dem Oszilloskop dargestellt werden. Für verschiedene Eingangsamplituden (1 V bis 10 V) ist die Verstärkerqualität zu beurteilen, bzw. der Grad der auftretenden Verzerrung abzuschätzen. Die Verstärkung  $v$  ist der Quotient aus Ausgangs- und Eingangsspannung:

$$v = \frac{U_a}{U_e} \quad (1)$$

## 1.3 Entfernung des Emitter-Kondensators $C_e$

Mit dem Entfernen des Emitter-Kondensators  $C_e$  tritt neben der Gleichstrom-Gegenkopplung auch eine Gegenkopplung des Wechselstroms auf. Der Spannungsabfall an  $R_e$  führt damit tatsächlich zu einer Absenkung des Verstärkungsfaktors  $v$ : beim Transistor ist nämlich der Basis-Emitter-Strom  $I_{be}$  deutlich geringer als der Kollektor-Emitter-Strom  $I_{ke}$ , weshalb wir nähern können...

$$v = \frac{U_a}{U_e} = \frac{R_c \cdot I_{ke}}{R_e \cdot (I_{ke} + I_{be})} \approx \frac{R_c}{R_e} \quad (2)$$

Wie oben beschrieben bewirkt die Gegenkopplung von  $R_e$ , dass sich das Ausgangssignal selbst abschwächt. Dies führt zu einer Stabilisierung des Arbeitspunktes, denn ein Anstieg des Emitterstroms (z.B. in Folge von Temperaturerhöhungen im Transistor) wird durch die Gegenkopplung abgefedert. Jetzt, ohne Wechselstromkopplung durch  $C_e$ , wird allerdings auch die Spannungsverstärkung der Schaltung reduziert. Je stärker die Gegenkopplung ist, desto geringer ist der Einfluss des Verlaufs der Eingangskennlinie. Bei konstanter Signalspannung am Eingang bleibt nämlich immer weniger Spannungshub für die Basis übrig, je größer die Gegenkopplung ist.

## 1.4 Frequenzabhängigkeit des Verstärkungsfaktors

In den Frequenzbereichen  $f_1 = 50\text{Hz}$  und  $f_2 = 1\text{kHz}$  soll die Verstärkung untersucht werden. Außerdem ist für den Frequenzbereich von 1...100 kHz eine Messreihe der Verstärkungen aufzunehmen. Welches Ergebnis erwarten wir?

- Bei kleinen Frequenzen (also bei  $f_1$ ) ist nur mit einer kleinen Verstärkung zu rechnen. Der kapazitive Widerstand der  $5\mu\text{F}$ -Kondensatoren am Ein- und Ausgang folgt nämlich der Relation  $R_C = \frac{1}{\omega \cdot C} = \frac{1}{2\pi f \cdot C}$ , so dass sich für niedrige Frequenzen ein hoher Blind-Widerstand ergibt - deshalb nennt man dies auch Hochpass. Bei  $f_1 = 50\text{ Hz}$  beträgt der Widerstand immerhin  $R_C \approx 640\ \Omega$ !
- Für die Messreihe bei hohen Frequenzen erwarten wir, wie der Name „Hochpass“ schon andeutet, keinen Abfall der Verstärkung. Der kapazitive Blindwiderstand  $\frac{1}{2\pi f \cdot C}$  von Ein- und Ausgangskondensator ist klein und kann vernachlässigt werden.

## 2 Nicht-invertierende Grundsaltung des Operationsverstärkers

Operationsverstärker (OV) sind elektronische Bauelemente, in denen eine Verstärkerschaltung vorgefertigt integriert wurde. Ihre Einsetzbarkeit ist universell, da sich erst durch die äußere Beschaltung die Eigenschaften und das Verhalten des Bauelements ergeben. Für einen idealen Operationsverstärker gilt:

- Leerlaufspannungsverstärkung  $v = \infty$  und nicht frequenzabhängig
- Eingangswiderstand  $R_e = \infty$
- Ausgangswiderstand  $R_a = 0$

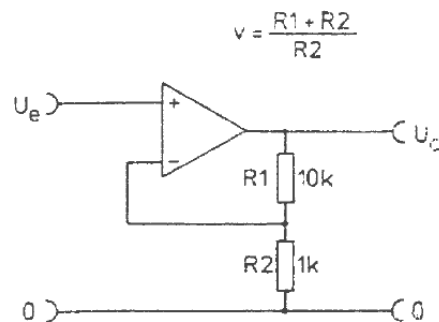
Die Eingangsstufe eines Operationsverstärkers ist ein Differenzverstärker, also ein Verstärker, bei dem nicht ein einzelnes Signal, sondern die Differenz zweier Eingangssignale verstärkt wird. Diese beiden Eingänge bezeichnet man mit „P“ (+) und „N“ (-). Für einen realen OV ergibt sich der endliche, aber i.A. sehr große Verstärkungsfaktor  $v$  zu:

$$v = \frac{U_a}{U_P - U_N} \quad (3)$$

$U_a$  ist dabei die Ausgangsspannung,  $U_P - U_N$  bezeichnet die angelegte Spannungsdifferenz. Ist  $v < 0$ , so spricht man von einem invertierenden, andernfalls von einem nicht invertierenden Operationsverstärker. Dem Differenzverstärker sind in der Regel noch mehrere Verstärkerstufen nachgeschaltet.

### 2.1 Nichtinvertierender Verstärker

Zunächst soll nach folgendem Schaltplan mit einem Operationsverstärker ein nicht invertierender Verstärker mit etwa zehnfacher Verstärkung aufgebaut werden:



Als Eingangsspannung dient eine Dreiecksspannung  $U_e$  mittlerer Frequenz, das Ausgangssignal wird wieder mittels Oszilloskop untersucht. Wie man im Schaltplan sieht, wird das Ausgangssignal über den Widerstand  $R_1$  an  $U_N$  rückgekoppelt. Dies hat den Effekt, dass die eigentlich verstärkte Spannungsdifferenz  $U_D = U_P - U_N$  mit zunehmender Spannung  $U_a$  am Ausgang immer kleiner wird. Da  $U_N$  bzw. (-) zwischen den Widerständen  $R_1$  und  $R_2$  abgegriffen wird, gilt für  $U_N$ :

$$U_N = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot U_a \quad (4)$$

Löst man die Formel für die Differenzspannung  $U_D = U_P - U_N$  nach  $U_N$  unter Berücksichtigung von  $U_P = U_e$  (siehe Schaltskizze!), so erhalten wir zusätzlich die Gleichung

$$U_N = U_e - U_D = U_e - \frac{U_a}{v} \quad (5)$$

(4) und (5) gleichgesetzt und nach  $\frac{U_a}{U_e} = v_{ni}$  aufgelöst ergibt:

$$v_{ni} = \frac{U_a}{U_e} = \frac{1}{\frac{R_2}{R_1 + R_2} + \frac{1}{v}} \quad (6)$$

Wie in der Einführung zur 2. Aufgabe angemerkt, können wir bei einem idealen OV von einer Verstärkung von  $v = \infty$  ausgehen, aber auch beim realen Operationsverstärker ist diese sehr groß. Mit der deshalb gerechtfertigten Vereinfachung  $\frac{1}{v} \approx 0$  lautet (6):

$$v_{ni} \approx 1 + \frac{R_1}{R_2} \quad (7)$$

Da in unserem Versuch  $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$  und  $R_2 = 1 \text{ k}\Omega$  gilt, beträgt die Verstärkung:

$$v_{ni} \approx 1 + \frac{10 \text{ k}\Omega}{1 \text{ k}\Omega} = 11 \quad (8)$$

## 2.2 Eingangs- und Ausgangswiderstand

Der hohe Eingangswiderstand sowie der niedrige Ausgangswiderstand dieser Schaltung sollen nun demonstriert werden.

### 2.2.1 Eingangswiderstand

Mit einem zusätzlichen regelbaren Widerstand  $R_P$  (Potentiometer) zwischen Eingangsspannungsquelle und OV-Eingang lässt sich der hohe Eingangswiderstand demonstrieren.  $R_P$  wird nun genau so eingestellt, dass die Ausgangsspannung um die Hälfte abfällt. Dann muss am Potentiometer ebenfalls die halbe Eingangsspannung abfallen, also:

$$R_P = Z_E \quad (9)$$

Die Eingangsimpedanz ist in diesem Zustand also gerade so groß wie der vorgeschaltete Widerstand  $R_P$ , an dem wir dessen Betrag auf der Skala ablesen können. Da die Eingangsimpedanz  $Z_E$  relativ hoch ist, wird wahrscheinlich erst bei einer recht hohen Potentiometerstellung  $R_P$  der gewünschte Spannungsabfall auftreten.

### 2.2.2 Ausgangswiderstand

Zur Messung der Ausgangsimpedanz  $Z_a$  schalten wir einen relativ kleinen regelbaren Widerstand  $R_L$  in den Ausgang, d.h. parallel zum Abgriff der  $U_a$ -Messung. Die Vorgehensweise ist wie in 2.2.1: wir verändern den Widerstand, bis  $U_a$  auf die Hälfte abgesunken ist, dann gilt:

$$R_L = Z_a \quad (10)$$

## 2.3 Frequenzabhängigkeit der Verstärkung

Für eine Eingangs-Sinus-Wechselspannung einer Amplitude von  $0,5 V_{SS}$  und die Frequenzen  $f = 10 \text{ Hz}, 100 \text{ Hz}, 1 \text{ kHz}, 10 \text{ kHz}, 25 \text{ kHz}, 50 \text{ kHz}, 75 \text{ kHz}, 100 \text{ kHz}$  soll mittels Oszilloskop die Verstärkung bestimmt werden. Diese ergibt sich, wie ganz am Anfang dieser Vorbereitung eingeführt, als Quotient aus Ausgangs- und Eingangsspannung:

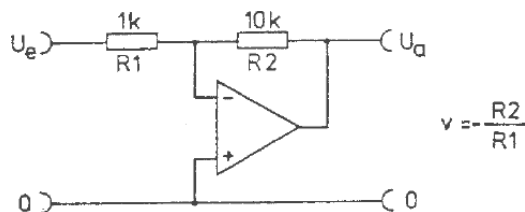
$$v = \frac{U_a}{U_e} \quad (11)$$

Für höhere Frequenzen ist mit einer Verzerrung des Ausgangssignals zu rechnen, weil die Periodendauer der Schwingung im Bereich der Schaltzeiten des Operationsverstärkers liegt. In diesem Fall ist nämlich mit einer zeitlichen Verzögerung des Gegenkopplungssignals zu rechnen, was die Verzerrung hervorruft.

### 3 Invertierende Grundsaltung

#### 3.1 Invertierender Verstärker

Nach folgendem Schaltplan ist ein invertierender Verstärker mit zehnfacher Verstärkung aufzubauen:



Im Unterschied zum nicht invertierenden Verstärker liegt in diesem Fall  $U_P$  auf Masse, nicht  $U_N$ . Zwischen Eingang und Ausgang des Verstärkers fließt jetzt ein Strom, deshalb spricht man auch von spannungsgesteuerter Stromgegenkopplung. Was gilt nun beim invertierenden Verstärker für den Verstärkungsfaktor  $v_i$ ?

Im Einschaltmoment ( $U_a$  ist noch Null!) ergibt sich bei einer positiven Eingangsspannung aufgrund des aus  $R_1$  und  $R_2$  bestehenden Spannungsteilers:

$$U_N = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot U_e \quad (12)$$

Die Spannung  $U_N$  am negativen Eingang des OV wird nun gemäß dem Verstärkungsfaktor  $v$  verstärkt - allerdings in negative Richtung, da die positive Eingangsspannung bezogen auf die Masse, die ja mit dem P-Eingang verbunden ist, eine negative Differenzspannung  $U_D = U_P - U_N$  hat:

$$v = -\frac{U_a}{U_N} \quad (13)$$

Wie aus der Schaltskizze ersichtlich, besteht zwischen  $U_a$  und  $U_N$  eine Rückkopplung, verbunden durch den Widerstand  $R_2$ . Infolgedessen sinkt  $U_N$ , entsprechend nimmt die Differenzspannung  $U_D$  ab. Für  $U_N$  gelten zwei Gleichungen:

1. Da  $U_P$  auf Masse liegt, folgt:

$$U_N = U_D = -\frac{U_a}{v} \quad (14)$$

2. Betrachte  $R_1$  und  $R_2$  als Spannungsteiler des Spannungsabfalls von  $U_e$  auf  $U_a$ :

$$U_N = U_e - \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot (U_e - U_a) \quad (15)$$

$$= U_e - \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot (U_e + v \cdot U_N) \quad (16)$$

Löst man dies nach  $U_N$  auf, so erhalten wir:

$$U_N = U_e \cdot \left( \frac{1 - \frac{R_1}{R_1 + R_2}}{1 + v \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}} \right) = U_e \cdot \frac{R_2}{R_1(1 + v) + R_2} \quad (17)$$

Gleichsetzen von (14) und (17) liefert:

$$-\frac{U_a}{v} = U_e \cdot \frac{R_2}{R_1(1 + v) + R_2} \quad (18)$$

$$\Leftrightarrow -\frac{U_e}{U_a} \approx \frac{R_2 + v \cdot R_1}{v \cdot R_2} = \frac{1}{v} + \frac{R_1}{R_2} \approx \frac{R_1}{R_2} \quad (\text{wegen } v \gg 1) \quad (19)$$

Wir erhalten also ein invertiertes Eingangssignal, zahlenmässig:

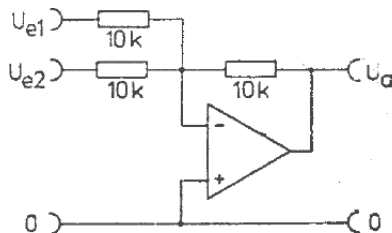
$$v_i = \frac{U_a}{U_e} = -\frac{R_2}{R_1} \quad (20)$$

Für einen Verstärker 10-facher Verstärkung muss das Verhältnis von  $R_2 : R_1$  also 10 betragen, ausgeschrieben:

$$R_2 = 10 \cdot R_1 \quad (21)$$

### 3.2 Addierer

Zwei Eingangssignale (wahlweise Dreieck-, Rechteck oder Sinusspannung bis 1kHz sowie die Gleichspannungsversorgung der Platine) sollen nun per Operationsverstärker addiert werden. Mit dem Oszilloskop auf DC-Kopplung soll die Ausgangsspannung visualisiert werden. Eine Addition zweier Signale lässt sich mit folgender Schaltung erreichen:



Es handelt sich hierbei also um einen invertierenden Verstärker mit zwei Eingängen. Um eine gegenseitige Beeinflussung der Quellen  $U_{e1}$  und  $U_{e2}$  zu vermeiden, werden diese über zwei  $10\text{ k}\Omega$ -Widerstände kombiniert. In den einzelnen Eingängen fließen die Ströme  $I_{ei} = \frac{U_i}{R_i}$ ,  $i = 1, 2, \dots$ . Am Knotenpunkt gilt nach der Kirchhoff'schen Knotenregel:

$$\sum_i I_i + I_a = 0 \Rightarrow U_a = -R_a \cdot \sum_i \frac{U_i}{R_i} \quad (22)$$

Da die Vorwiderstände der einzelnen Eingänge alle gleich sind ( $R_i = R = 10\text{ k}\Omega$ ), erhalten wir:

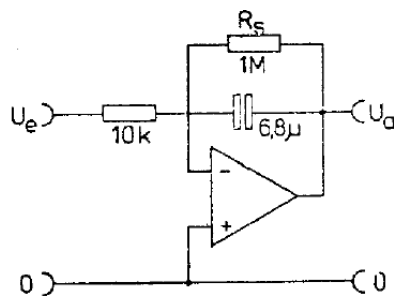
$$U_a = -\frac{R_a}{R} \cdot \sum_i U_i \quad (23)$$

Ist nun auch, wie in unserer Schaltskizze, der Ausgangswiderstand  $R_a = R$ , so bekommen wir als Ausgangsspannung tatsächlich die Summe der Eingangsspannungen:

$$U_a = \sum_i U_i \quad (24)$$

### 3.3 Integrierer (invertierend)

Nun sollen Rechteck- und Dreieckspannungen niedriger Frequenz ( $f = 10 \dots 100\text{ Hz}$ ) und großer Amplitude mittels Operationsverstärker integriert werden. Mit einem auf AC-Kopplung eingestelltem Oszilloskop wird das Ausgangssignal folgender Schaltung betrachtet:



Unter Vernachlässigung des Widerstands  $R_S$ , der nur zur Stabilisierung des Integrierers dient und durch den aufgrund seiner Größe ( $1\text{ M}\Omega$ ) nur wenig Strom fließt, gilt nach der Kirchhoff'schen Knotenregel am Punkt zwischen Eingangswiderstand  $R_e = 10\text{ k}\Omega$  und Kondensator (Kapazität  $C$ ):

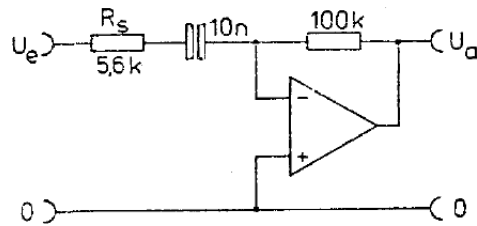
$$I_R = \frac{U_e}{R_e} = -I_C = -C \cdot \frac{dU_a}{dt} \quad (25)$$

Auflösen nach  $dU_a$  und Integrieren liefert:

$$U_a(t) = -\frac{1}{R_e \cdot C} \int_0^t U_e(t) dt + U_a|_{t=0} \quad (26)$$

Man sieht, dass das Ausgangssignal also proportional zum Integral des Eingangssignals ist, wir haben somit tatsächlich einen Integrierer realisiert. Aufgrund des negativen Zusammenhangs wird das Signal übrigens invertiert!

### 3.4 Differenzierer (invertierend)



Gemäß obigem Schaltplan ist der Differenzierer aufzubauen, der mit Rechteck- und Dreieckssignalen von 100 Hz bis 500 Hz gespeist werden soll. Hier ist der Widerstand  $R_S$ , der zur Vermeidung von Störungen dient, aufgrund seiner geringen Größe vernachlässigbar. Aus  $C = \frac{Q}{U} \Rightarrow Q = C \cdot U \Rightarrow I = C\dot{U}$  folgt, wiederum unter Anwendung der Kirchhoff'schen Knotenregel zwischen Kondensator und Ausgangswiderstand  $R_a = 100 \text{ k}\Omega$ :

$$I_C = C \cdot \frac{dU_e}{dt} = -I_R = -\frac{U_a}{R_a} \quad (27)$$

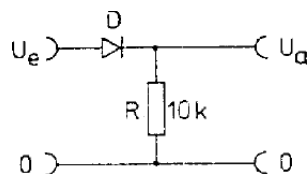
Lösen wir (27) nach  $U_a$  auf, ergibt sich eine Gleichung für die Ausgangsspannung  $U_a$ , die von der Ableitung der Eingangsspannung  $U_e$  abhängt - wir haben somit tatsächlich ein Differenzierglied vorliegen. Wie beim Integrierglied handelt es sich aufgrund des Minuszeichens um ein invertierendes Differenzierglied.

$$U_a = -R_a \cdot C \cdot \frac{dU_e}{dt} \quad (28)$$

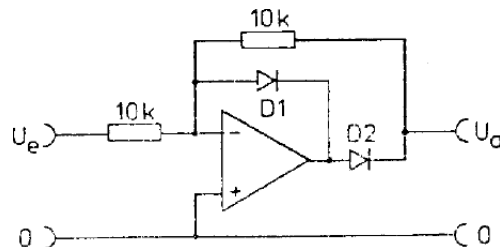
## 4 Komplexere Schaltungen

### 4.1 Idealer Einweggleichrichter

Die Aufgabe ist es, einen Gleichrichter zu bauen. Bisher bekannt ist die einfache Schaltung mit nur einer Diode:



Diese herkömmliche Methode soll nun bei verschiedenen Eingangswechselspannungssignalen ( $f < 1 \text{ kHz}$ ) mit dem aus einem Operationsverstärker aufgebauten idealen Einweggleichrichter verglichen werden. Für diesen gilt folgende Schaltskizze:



Ein idealer Einweggleichrichter sollte frei von Verzerrungen aufgrund von nichtlinearen Diodenkennlinien sein. Schwellspannung und Temperaturabhängigkeit der Diode gilt es also mit Hilfe des Verstärkers zu eliminieren.

- $U_e > 0$ : Für eine positive Eingangsspannung ist die Ausgangsspannung  $U_a$  des Operationsverstärkers negativ, da  $U_e$  am (-)-Eingang liegt. In diesem Fall leitet also Diode  $D_1$ , während Diode  $D_2$  sperrt, was - man betrachte das Schaltbild! - zur Ausgangsspannung  $U_a = 0$  führt.



- $U_e < 0$ : Für eine negative Eingangsspannung ist die Ausgangsspannung  $U_a$  des Operationsverstärkers positiv, so dass Diode  $D_2$  leitet, während  $D_1$  sperrt. Damit gilt am Knoten zwischen Eingangswiderstand  $R_e = 10\text{ k}\Omega$  und Operationsverstärker:

$$I_e = \frac{U_e}{R_e} = -I_a = -\frac{U_a}{R_a} \quad (29)$$

$$\Rightarrow U_a = -\frac{R_a}{R_e} \cdot U_e \quad (30)$$

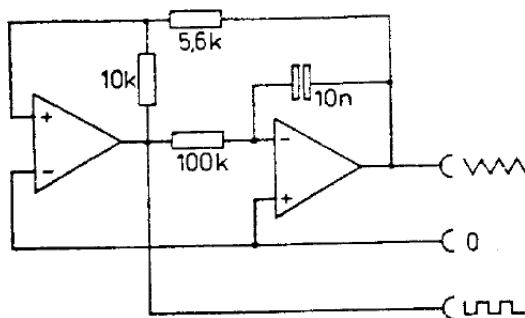
Da in der Schaltung beide Widerstände gleich groß sind ( $R_a = R_e = 10\text{ k}\Omega$ ), gilt:

$$U_a = -U_e \quad (31)$$

Unsere Schaltung erfüllt also die Funktion eines Einweggleichrichters: in eine Richtung ist die Spannung 0, in die andere wird sie vollständig durchgelassen. Gerade bei kleinen Spannungen tritt bei Dioden das Problem auf, dass unterhalb der Schwellspannung von 0,3...0,7V (je nach Diode) das Bauteil seine Funktion nicht erfüllt. Durch den Einsatz des Verstärkers wird dieses Problem behoben.

## 4.2 Dreieck- und Rechteckspannungsgenerator

Auch hier ist der zu verwendende Schaltplan eines Generators für Dreieck- und Rechteckspannungen gegeben:

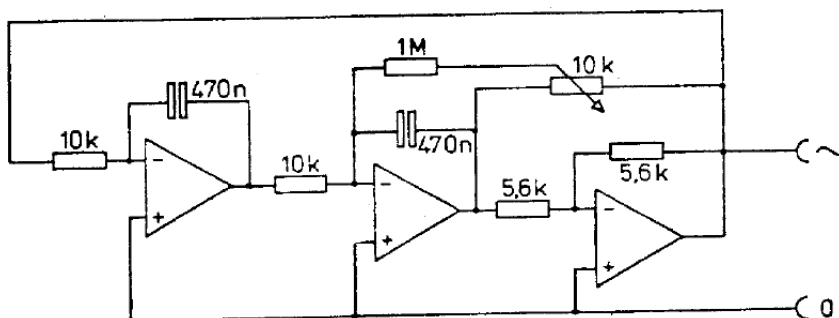


Wie man leicht erkennt, besteht der Generator aus zwei Operationsverstärkern:

- Der linke OV dient als Schwellwertschalter oder Schmitt-Trigger. Er ist nicht invertierend und mit einer spannungsgesteuerten Stromrückkopplung versehen. Seine Ausgangsspannung  $U_{a1}$  springt auf einen bestimmten Wert - den sogenannten Übersteuerungswert des OV - wenn am P-Eingang eine wechselnde Spannung anliegt. Ergebnis ist also ein Rechtecksignal, das entweder unten als Rechteckspannung abgegriffen wird oder dem zweiten Operationsverstärker als Eingangsspannung zur Verfügung steht.
- Der rechte OV ist wie in Aufgabe 3.3 geschaltet, d.h. es handelt sich um ein Integrierglied. Eingangsspannung ist wie oben erwähnt ein Rechtecksignal, welches integriert eine Dreiecksspannung ergibt. Über einen Widerstand wird diese zurück an den Schmitt-Trigger geführt.

## 4.3 Programmierte Differentialgleichung 2. Ordnung

Die Generatorschaltung „Programmierte Differentialgleichung 2. Ordnung“ erzeugt eine Sinuswechselspannung, wobei es sich eigentlich aufgrund der Verwendung zweier Integrierglieder um eine Integralgleichung 2. Ordnung handelt:



Zurück zur Differenzialgleichung. Eine DGL 2. Ordnung lässt sich beschreiben mit:

$$\ddot{u}_a + 2 \cdot \gamma \cdot \dot{u}_a + \omega_0^2 \cdot u_a = 0 \quad (32)$$

...und hat die allgemeine Lösung:

$$u_a = \hat{u}_a \cdot e^{-\gamma t} \cdot \sin\left(\sqrt{(\omega_0^2 - \gamma^2) \cdot t}\right) \quad (33)$$

Um nun eine Integralgleichung zu erhalten, wird (32) zweimal integriert:

$$u_a + 2 \cdot \gamma \cdot \int u_a \, dt + \omega_0^2 \int \int u_a \, dt^2 = 0 \quad (34)$$

Für die einzelnen Operationsverstärker im Schaltbild gilt von links nach rechts:

- OV links: Integrator nach Aufgabe 3.3 mit  $R = 10 \text{ k}\Omega$  und  $C = 470 \text{ nF}$ , für den gilt:

$$u_1 = -\frac{1}{RC} \int u_a \, dt \quad (35)$$

- OV in der Mitte: Integrator mit

$$u_2 = -\frac{1}{T} \int u_1 + \frac{a}{100} \cdot u_a \, dt \quad (36)$$

- OV rechts: invertierender Verstärker mit:

$$u_a = -\frac{5,6 \text{ k}\Omega}{5,6 \text{ k}\Omega} \cdot u_2 = -u_2 \quad (37)$$

Einsetzen von (35) und (36) sowie zweimaliges zeitliches Differenzieren von (37) ergibt:

$$\ddot{u}_a - \frac{a}{100 \cdot R \cdot C} \cdot \dot{u}_a + \frac{1}{R^2 \cdot C^2} \cdot u_a = 0 \quad (38)$$

Mittels Koeffizientenvergleich zu (32) erhält man:

$$\gamma = -\frac{a}{200 \cdot R \cdot C} \quad \text{und} \quad \omega_0 = \frac{1}{R \cdot C} \quad (39)$$

Die allgemeine Lösung lautet demnach:

$$u_a = \hat{u}_a \cdot e^{-\frac{a}{200 \cdot R \cdot C} \cdot t} \cdot \sin\left(\sqrt{\left(1 - \frac{a^2}{400}\right) \cdot \frac{t}{R \cdot C}}\right) \quad (40)$$

Mit dem Potentiometer ist die Dämpfung  $\gamma$  der Schwingung einstellbar. Abhängig von der Potentiometerstellung erhält man fallende oder steigende Amplituden. In Mittelstellung wird  $a$  Null, was theoretisch eine ungedämpfte Schwingung darstellt. In der Praxis wird sich dies aber nicht zeigen, da auch andere Bauteile eine Dämpfung hervorrufen. Wir können versuchen, diese anderen Dämpfungen durch eine geschickte Wahl der Potentiometers (kleine positive  $a$ -Werte) zu kompensieren, um eine ungedämpfte Schwingung zu bekommen. Aber auch diese Einstellung kann als recht kritisch angesehen werden, so dass eine wirklich ungedämpfte Schwingung unerreichbar bleiben wird.