

Versuch: P2-43

Wärmestrahlung

- *Auswertung* -

Vorbemerkung

Dieser Versuch beschäftigt sich mit der Wärmestrahlung von Körpern. Der Untersuchung der Strahlungsspektren kam besonders um 1900 herum eine besondere Bedeutung zu, denn sie konnten nicht mit der klassischen Theorie verstanden werden - hierfür musste erst Max Planck seine Hypothese der Quantisierung der Energie aufstellen, denn nur unter der Annahme, dass die Energieabsorption und -emission quantisiert abläuft, ließen sich die spektralen Verteilungen richtig deuten und vorhersagen. Desweiteren spielen die Strahlungsgesetze eine weitreichende Rolle in der Technik, so etwa bei Sonnenkollektoren und Hitzeschilden für Raumfahrzeuge. Im Praktikumsversuch sollte nun die Gültigkeit der entsprechenden Gesetze demonstriert und der Umgang mit den entsprechenden Messapparaturen vermittelt werden.

Inhaltsverzeichnis

1	Stefan-Boltzmann Gesetz	2
2	Emissionsvermögen verschiedener Flächen	5
3	Bestimmung der wahren Glühlampentemperatur	8

1 Stefan-Boltzmann Gesetz

In diesem Versuchsteil ging es darum, mittels eines schwarzen Strahlers das Stefan-Boltzmann Gesetz zu überprüfen, welches eine Proportionalität der Strahlungsleistung des aufgeheizten schwarzen Körpers und der vierten Potenz der Temperatur dieses Körpers vorhersagt. Der Aufbau für dieses Experiment war der folgende: auf einer Schiene war der schwarze Strahler montiert, mit der Strahlungsöffnung in Richtung der Schiene. Der Strahler wurde von einem Netzgerät gespeist, dessen Spannung man mit einem geeigneten Stelltransformator regeln konnte. Am Strahler selbst befand sich ein Thermoelement zur Bestimmung der Temperatur des Strahlers und zwar in diesem Fall das *PtRh – Pt*-Thermoelement. Dieses zeigt nicht die Temperatur des Körpers direkt an, sondern misst eine Spannung, die dann mittels der angefügten Umrechnungstabelle in den entsprechenden Temperaturwert umgerechnet werden kann. Auf der Schiene selbst befanden sich zwei weitere Bauteile. Das Erste im Wärmestrahlangang war eine Kreisblende, die dazu dient nur die Wärmestrahlung durchzulassen, die auch detektiert werden soll und somit verhindert, dass sich die Messapparaturen hinter der Blende zu stark erwärmen. Das letzte Bauteil wurde hinter der Blende befestigt: die Mollsche Thermosäule. Durch ein Millivoltmeter an der Thermosäule lässt sich eine Spannung ablesen, die charakteristisch für die eingestrahlte Leistung auf die Mollsche Säule ist (U_{moll}). Wie bereits in der Vorbereitung erläutert, sollte zwischen diesen Spannungen, bzw. der Temperatur folgende Relation gelten:

$$U_{Moll} \propto T^4 \quad (1)$$

Die Messapparatur war also folgendermaßen:

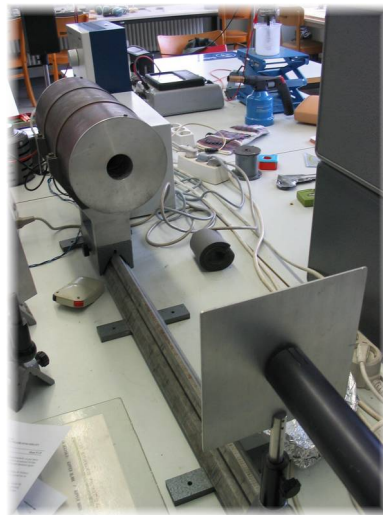
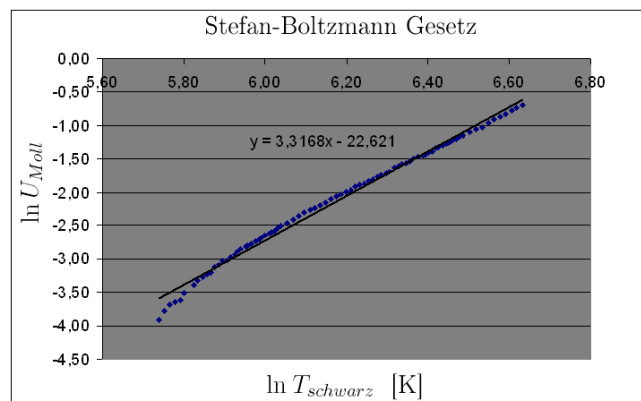


Abb.1: Aufbau zu Aufgabe 1

Wir gingen nun von einem Strahler auf Raumtemperatur aus, was nicht weiter schlimm ist, denn wir wollen ja nur die Abhängigkeit aus (1) verdeutlichen. Wir gingen nun also folgendermaßen vor: der Transformator wurde voll aufgedreht, der Strom eingeschaltet und der schwarze Strahler erwärmte sich. Die Erwärmung wurde mittels der *PtRh – Pt*-Thermoelements registriert und in Form einer Spannung auf einem Millivoltmeter ausgegeben. Entsprechend der Strahlungsleistung konnte dann auch bei der Moll'schen Säule eine Spannung abgelesen werden. Während sich nun also kontinuierlich der schwarze Körper aufheizte, maßen wir Wertepaare von $U_{schwarz}$ und U_{Moll} . Die Werte unserer Messungen werden an dieser Stelle nicht angegeben, sie sind im Anhang zu finden.

Um die Abhängigkeit in (1) gut darzustellen, bietet es sich an, die Spannung $\ln(U_{Moll})$ über $\ln(T_{schwarz})$ aufzutragen, denn bei der sich (hoffentlich) ergebenden Geraden entspräche die Steigung gerade der gesuchten Potenz für T , also im Idealfall 4.

Wir tragen unsere Werte also dementsprechend auf:



An diesem Punkt gilt es nun also schon kurz innezuhalten. Das Ergebnis unserer Messungen können wir aus der Steigung der Geraden ablesen. Für diese gilt $m = 3,3$. Nun gut. Dies ist ein Wert, der recht weit von den erwarteten 4 entfernt ist. Bevor wir nun also zu einer inhaltlichen Analyse kommen, betrachten wir (obwohl keine ausführliche Fehlerrechnung gefordert ist) den statistischen Fehler unserer Messung:

Die Potenz der Temperatur im Stefan-Boltzmann Gesetz ist also die Steigung der Ausgleichsgeraden. Diese berechnet sich, wie im Fehlerskript gezeigt wird, folgendermaßen:

$$m = \frac{M \cdot (\sum x_i y_i) - (\sum x_i) \cdot (\sum y_i)}{M \cdot (\sum x_i^2) - (\sum x_i)^2} \quad (2)$$

Hierbei entsprechen den folgenden Größen:

- M : Die Anzahl der Messungen, in diesem Fall $M = 83$
- y_i : Die y-Werte, in diesem Fall $\ln(U_{Moll})$
- x_i : Die x-Werte, in diesem Fall $\ln(T_{schwarz})$

Für den y-Achsenabschnitt b gilt dann, ebenfalls nach dem Fehlerskript:

$$b = \frac{(\sum x_i^2) \cdot (\sum y_i) - (\sum x_i) \cdot (\sum x_i y_i)}{M \cdot (\sum x_i^2) - (\sum x_i)^2} \quad (3)$$

Zur Berechnung der statistischen Abweichung von m und b benötigen wir die Varianz der y-Werte σ_y . Für diese gilt nach dem Fehlerskript:

$$\sigma_y^2 = \frac{1}{M-2} \sum (y_i - m \cdot x_i - b)^2 \quad (4)$$

Haben wir mit (4) die Varianz berechnet, lässt sich die Unsicherheit der Steigung σ_m und die Unsicherheit des y-Achsenabschnitts σ_b ermitteln:

$$\sigma_m = \sqrt{\frac{\sigma_y^2}{M \cdot (\sum x_i^2) - (\sum x_i)^2} \cdot M} \quad (5)$$

$$\sigma_b = \sqrt{\frac{\sigma_y^2}{M \cdot (\sum x_i^2) - (\sum x_i)^2} \cdot \sum x_i^2} \quad (6)$$

Relativwerte für die Unsicherheiten erhält man, indem man die Unsicherheit durch den ermittelten Wert teilt:

$$\sigma_m (rel.) = \frac{\sigma_m}{m} \quad (7)$$

$$\sigma_b (rel.) = \frac{\sigma_b}{b} \quad (8)$$

Mittels MS Excel errechneten wir folgende Werte, die hier zusammengefasst dargestellt werden (ein Ausdruck der Kalkulationen ist am Ende angeheftet):

Größe	errechneter Wert	berechnet mit ...
Steigung m	3,3168	Formel (2)
σ_m (abs)	0,0354	Formel (5)
σ_m (rel)	1,07%	Formel (7)

Wir haben nun also als gesuchten Wert:

$$m = 3,3168 \pm 0,0354 \quad (9)$$

Bilanzieren wir also: wir haben einen Wert, der recht weit von dem Wert entfernt ist, der er eigentlich sein sollte, jedoch eine sehr kleine Standardabweichung. Wir halten somit fest: wir haben zwar *präzise* gemessen, jedoch nicht *genau*!

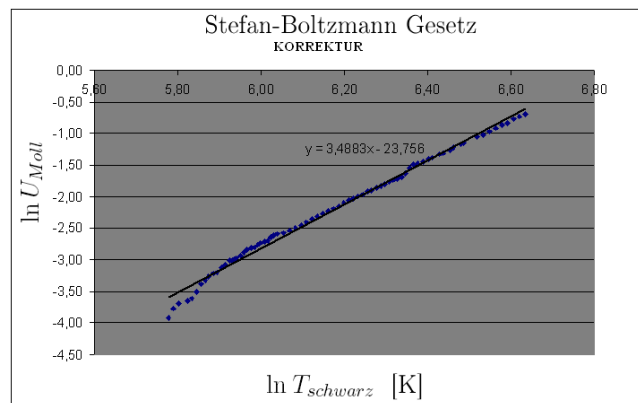
Machen wir uns nun also auf die Suche nach möglichen systematischen Fehlern, die unsere Ergebnisse verfälscht haben könnten. Leider müssen wir gar nicht stark suchen - der Fehler offenbart sich, wenn man unsere Messtechnik genauer unter die Lupe nimmt: Auf den Rat des Betreuers hin wählten wir unsere Messpunkte sehr engabständig, damit gerade der Anfang der Kurve mit ausreichender Anzahl von Messpunkten zu zeichnen ist. Wir maßen also in recht kleinen Abständen die Spannung und zwar in Intervallen von $U=0,025$ mV. Dieses Vorgehen hatte aber eine Konsequenz: wir warteten offensichtlich nicht lange genug, bis sich die Temperaturerhöhung am schwarzen Körper auch in Form von Strahlung an der Mollschen Säule bemerkbar machte. Somit maßen wir immer einen Wert, der „zu früh“ war. Dies lässt sich gut am Anfang der Kurve zeigen, wo die Messung startet und der Strahler überhaupt erst einmal auf eine Temperatur kommen muss, die sich deutlich von der Raumtemperatur abhebt.

Können wir nun also eine Korrektur durchführen? Ja, wir können! Gehen wir nämlich davon aus, dass sich die Aparatur erst einige Sekunden später auf die neue Temperatur am schwarzen Körper einstellt, so hieße das, dass die Werte für die Spannung an der Mollschen Säule für vorhergehende Temperaturen gilt. Man wähle also zur Veranschaulichung einige beliebige Paare aus und identifiziere spätere Spannungen mit vorangehenden Temperaturen:

$\ln(Temp)$	$\ln(U_{Moll})$	$\ln(Temp)$	$\ln(U_{Moll})$
5,74	-3,91	5,74	-3,91
5,75	-3,77	5,75	-3,77
5,77	-3,69	5,77	-3,69
5,78	-3,65	5,78	-3,65

Dies ist natürlich eine vollkommen willkürliche Einteilung, man könnte auch den dritten Wert, der danach folgt, nehmen. Dieses Vorgehen allgemein kann natürlich nicht als gesichertes Ergebnis empfunden werden, selbst wenn sich nun eine bessere Annäherung an eine Gerade mit der Steigung 4 ergibt. Trotzdem wäre es ein Zeichen, dass zumindest die Fehleranalyse dahingehend korrekt ist, dass der zu geringe zeitliche Abstand von Einstellung und Messung die Abweichung verursacht hat. Zeichnen wir also mit den korrigierten (und somit verschobenen Werten) das Diagramm noch einmal. Wir verwenden also folgende Werte: die Anfangswerte werden ein wenig verschoben, die Werte am Ende jedoch bleiben in etwa gleich, denn die Einstellzeit am Ende der Messung war ohnehin lang, so dass sich der Fehler hier in Grenzen halten dürfte.

Wir zeichnen also:



Was erhalten wir nun? Das Resultat ist leider etwas deprimierend: auch die Korrektur, die die konstruktionsbedingte lange Einstellzeit der Thermosäule kompensieren sollte, indem die Messwerte zueinander verschoben wurden, bringt uns keine wesentliche Veränderung der Lage ($m \approx 3,4$). War die Korrektur aber nutzlos? Das können wir an dieser Stelle verneinen - die Erkenntnis, die wir aus ihr ziehen können, ist die, dass der Messfehler *nicht* wesentlich auf die Einstellzeit zurückgehen kann, sondern sich in einer anderen Komponente des Aufbaus verbergen muss.

Nichtsdestotrotz - auch ohne Korrektur können wir das Stefan-Boltzmann Gesetz als zumindest nicht falsifiziert ansehen, unser Messwert ist 17% von dem theoretischen Wert 4 entfernt. Unsere Untersuchung stellt allerdings auch alles andere als eine Verifikation dar - immerhin liegt bei einer Steigung $m = 3,3$ der Schluss näher, dass die Spannung proportional zur dritten statt zur vierten Potenz der Temperatur ist. Schlussendlich muss unser Fazit lauten: wir können über die Richtigkeit des Stefan-Boltzmann Gesetzes keine verlässliche Aussage machen.

2 Emissionsvermögen verschiedener Flächen

In dieser Aufgabe ging es darum, das Emissionsvermögen verschiedener Materialien zu ermitteln. Dafür verwendeten wir folgenden Aufbau:

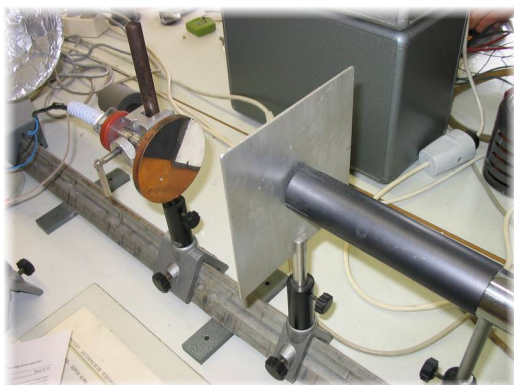


Abb.2: Aufbau Aufgabe 2

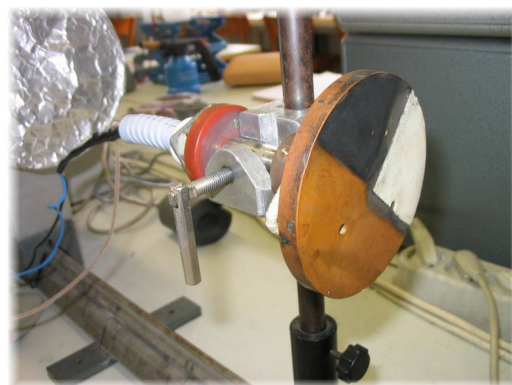


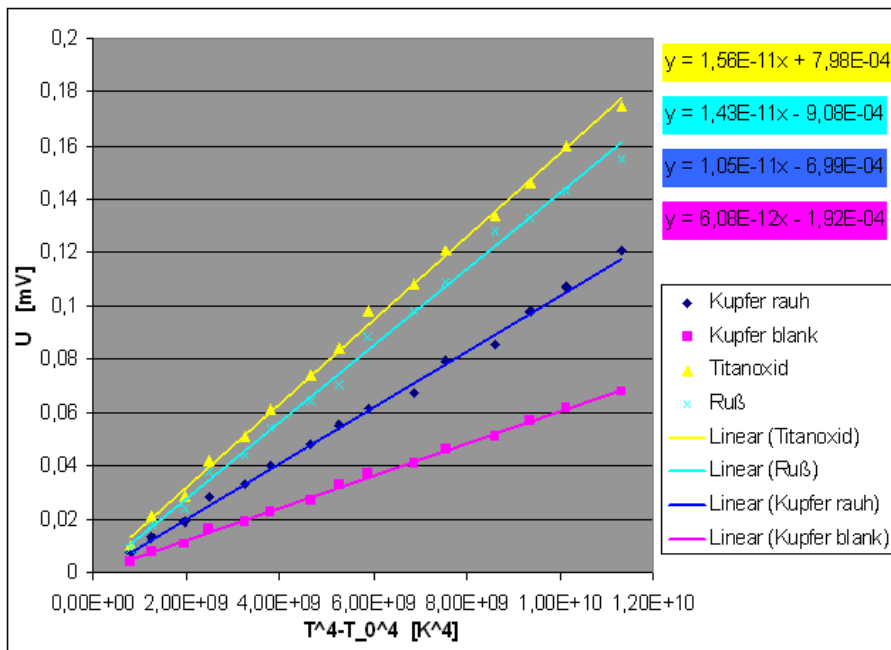
Abb.3: Sektorenscheibe

Folgende Elemente bauten wir also auf: das Hauptelement auf der Schiene war die Sektorenscheibe, die mittels einer an die Scheibe angeschlossenen Spannungsquelle erhitzt wurde. Die Temperatur der Sektorenscheibe wurde mittels eines angeschlossenen $NiCr - Ni$ -Thermoelements gemessen, das wiederum an ein Millivoltmeter angeschlossen war, an dem dann eine Spannung abgelesen wurde, die mittels der angefügten Tabelle in die Temperatur zurückgerechnet wurde. Die Referenztemperatur für das Thermoelement stammte aus einer Thermosflasche, die mit einem Eiswassergemisch gefüllt war, dessen Temperatur als ungefähr $0^\circ C$ anzusehen ist. Die Stoffe auf der Sektorenscheibe waren: Kupfer (rauh), Kupfer (blank), Titanoxid und Ruß.

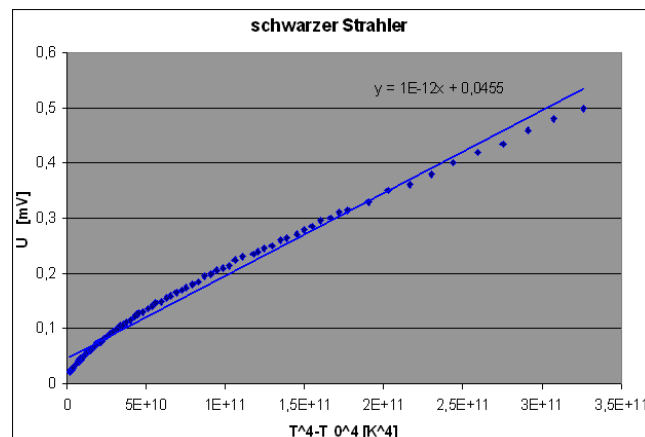
Durch die Erwärmung der Sektorenscheibe strahlten nun die einzelnen Materialien verstärkt Wärmestrahlung ab. Diese sollte zwecks Bestimmung des Emissionskoeffizienten (der angibt, wie stark dieses

spezielle Material strahlt) gemessen werden. Dafür wurde vor die Sektorenscheibe die bereits in der vorangegangenen Aufgabe verwendete Blende mit der Mollschen Säule gestellt.

Die Versuchsdurchführung lief nun folgendermaßen: Die Scheibe wurde aufgeheizt (die Stärke konnte mittels eines vor die Heizspannung geschalteten Transformators geregelt werden). Parallel wurde die Spannungsanzeige des Thermoelements verfolgt, bis der Punkt erreicht war, an dem man messen wollte. Der Transformator wurde so eingestellt, dass sich die Aufheizung der Scheibe und die Wärmeabgabe an die Umgebung gerade kompensierten, also so, dass die Spannung am Thermoelement möglichst konstant blieb. Dann wurde die Strahlung der Sektorenscheibe vermessen, indem man ein Material so drehte, dass die Strahlung dieses Materials durch die Blende treten konnte. Nun konnte die für dieses Material zu der konkreten Temperatur gehörige Strahlungsleistung in Form eines Millivoltmeters an der Mollschen Säule abgelesen werden. Dann drehte man die Scheibe um 90° um das nächste Material zu vermessen. So gingen wir weiter vor, bis wir etwa eine Temperatur der Sektorenscheibe von 100°C erreichten. In einem Messbereich von 100°C lässt sich natürlich die Raumtemperatur nicht mehr vernachlässigen, die nach einem Thermometer an der Wand des Praktikumsraumes $T_0 = 22,5^\circ\text{C}$ betrug. Unsere Messwerte sind wieder aufgrund des Aspekts der Platznutzung am Ende der Auswertung angehängt, samt Umrechnung der Spannungen in die entsprechende Temperatur. Wir tragen nun also die Spannung an der Mollschen Säule für die verschiedenen Materialien über der Temperatur auf, genauer U über $T^4 - T_0^4$:



Die entstandenen Steigungen geben natürlich nur ein relatives Bild der Lage. Um ϵ zu bestimmen, müssen wir uns selbiges Diagramm für den schwarzen Strahler anschauen, die Steigung bildet den nötigen Referenzwert, da der schwarze Strahler ja ein Emissionsvermögen von 1 haben sollte. Tragen wir also auf:

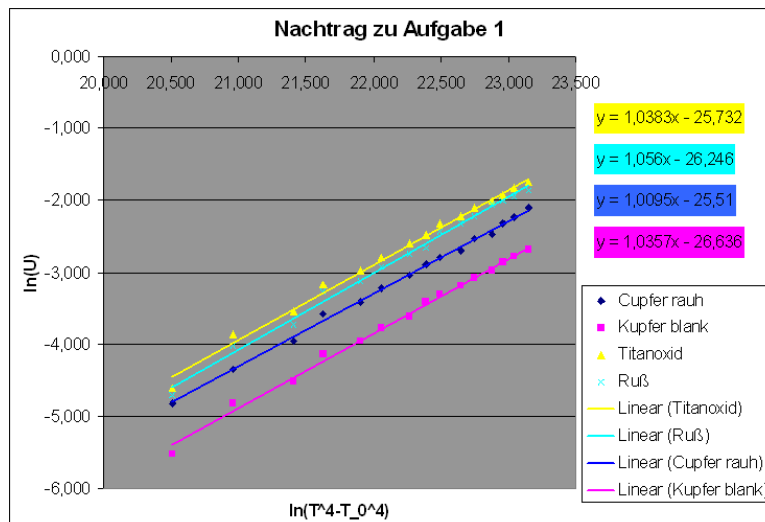


Jetzt haben wir ein Problem. Die Idee wäre gewesen die obigen Werte für die einzelnen Materialien am Wert des schwarzen Körpers zu skalieren. Da aber der schwarze Körper in diesem Diagramm die geringste Steigung hat, macht das wenig Sinn, weil sonst die einzelnen Materialien einen Emissionsfaktor hätten, der größer als 1 ist. Dass die Steigung für den schwarzen Körper niedriger ist als bei den Materialien der Sektorenscheibe, lässt darauf schließen, dass in der 2. Aufgabe mehr Strahlungsleistung auf die Mollsche Säule gefallen ist als in Aufgabe 1. Dafür gibt es zwei Erklärungen: zum einen könnte sich die Lochblende aufgeheizt haben und zusätzliche Strahlung emittiert haben. Zum anderen stand die Sektorenscheibe sehr viel näher an der Blende als der schwarze Strahler. Somit ergibt sich natürlich auch ein anderer, nämlich größerer Raumwinkel, unter dem die Strahlung einfällt. Damit ist zwar zu verstehen, warum unsere Werte so sind, es bleibt aber das Problem einen konkreten Emissionskoeffizienten anzugeben. Die letzte nun verbleibende Möglichkeit sehen wir darin, einen Literaturwert für ein Material herauszusuchen und dann immerhin die 3 anderen Materialien damit zu skalieren. Der von uns gefundene Literaturwert lautet: $\epsilon_{Ru} = 0,95$. Dieser Wert ist folgender Tabelle entnommen: <http://www.bartec.de/homepage/deu/20produkte/16messtechnik/datenbl/TiTabelleEmissiond.pdf>. Nun lassen sich die anderen Steigungen skalieren und wir erhalten als Emissionskoeffizienten:

Stoff	Steigung	Emissionsvermögen
Ruß	$1,43 \cdot 10^{-11}$	0,95
Titanoxid	$1,56 \cdot 10^{-11}$	1,04
Kupfer blank	$6,08 \cdot 10^{-12}$	0,40
Kupfer rau	$1,05 \cdot 10^{-11}$	0,70

Diese Ergebnisse entsprechen der Anschauung: je mehr ein Körper absorbiert, desto mehr emittiert er auch. Ruß (z.B.) absorbiert sehr viel vom eintreffenden Licht (deshalb erscheint es uns ja schwarz!) und hat dementsprechend auch einen hohen Emissionskoeffizienten. Das $\epsilon_{Titanoxid}$ größer als eins ist, ergibt sich aus der Skalierung, die Aussage ist lediglich, dass Titanoxid stärker emittiert als Ruß.

Da in Aufgabe 1 nicht ganz erfolgreich die T^4 Abhängigkeit im Stefan-Boltzmann-Gesetz gezeigt werden konnte, sei dies hier noch kurz nachgetragen. Tragen wir nämlich in diesem Versuch unsere Messwerte so auf, dass $\ln(U)$ auf der y-Achse und $\ln(T^4 - T_0^4)$ auf der x-Achse liegt, so sollte die Steigung (zumindest für einen schwarzen Strahler) etwa 1 ergeben:



Die Steigungen sind hier recht nahe an 1. Es sei angemerkt, dass natürlich die Emissionskoeffizienten bei einer genauen Betrachtung berücksichtigt werden müssten, da ja bei weitem nicht jedes der verwendeten Materialien ein schwarzer Körper ist. Jedoch sei dies wenigstens eine kleine nachträgliche Bestätigung des Strahlungsgesetzes von Stefan-Boltzmann.

3 Bestimmung der wahren Glühlampentemperatur

In diesem Aufgabenteil ging es darum, das Messgerät Pyrometer kennenzulernen (s.Vorbereitung), mit dem dann die wahre Temperatur einer Glühlampe, genauer des Glühdrahtes zu ermittelt werden sollte. Dafür verwendete man folgenden schlichten Aufbau:



Abb.4: Pyrometer vor Lampe

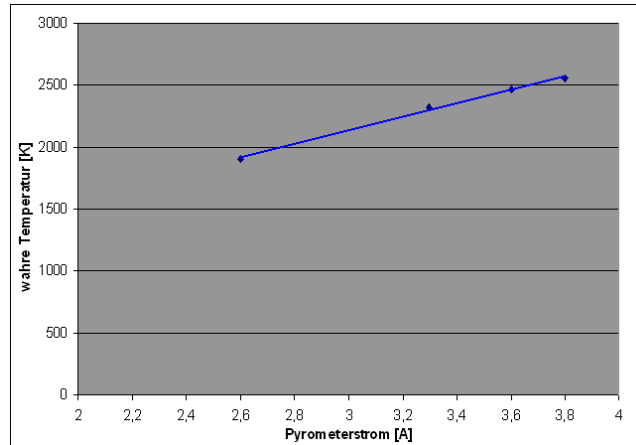
Das Pyrometer wird, angeschlossen an eine Spannungsquelle (mit Vorwiderständen, s.Vorbereitungsmappe), vor die Glühlampe gestellt. Schaut man nun in das Pyrometer, so sieht man den Glühdraht der Lampe durch einen Rotfilter. Beginnt man die Spannung durch den Glühdraht des Pyrometers zu erhöhen, so strahlt dieser ebenfalls Licht ab. Das Ziel ist nun die gleiche Helligkeit herzustellen, so dass der Strom durch den Pyrometerglühdraht charakteristisch für die Temperatur des Lampenglühdrahts ist. Es ergaben sich die folgenden Messwerte:

Glühlampenstrom I_A [A]	Pyrometerstrom I_P [A]
2,5	2,6
3	3,3
3,5	3,6
4	3,8

Hierbei ist anzumerken, dass diese Art der Messung sehr schwer ist! Bereits der Begriff *optische* Pyrometrie beinhaltet das Problem, dass wir als Messinstrumente auf unsere Augen angewiesen sind, die allerdings, wie hier deutlich wurde, nicht sehr verlässlich sind. Das Problem besteht in der Anpassung der Helligkeiten - diese sind mit dem Auge nur schwer durchzuführen, die feinen Nuancen innerhalb einer Helligkeitsstufe sind kaum wahrnehmbar. Wie in der Vorbereitung beschrieben, werden wir nun mittels der beigelegten Eichkurven die wahre Temperatur des Glühlampendrahts ermitteln: man bestimmt zunächst die schwarze Temperatur des Körpers $f(I)$, wobei f die erste Eichkurve ist. Dann setzt man T_S , also die ermittelte schwarze Temperatur in die zweite Kurve ein und erhält die Differenz aus wahrer und schwarzer Temperatur, die dann durch Addition mit T_S zur wahren Temperatur führt.

Glühlampenstrom I_G [A]	Pyrometerstrom I_P [A]	T_S [K]	$T_W - T_S$ [K]	T_W [K]
2,5	2,6	1780	130	1910
3	3,3	2130	190	2320
3,5	3,6	2250	218	2468
4	3,8	2320	234	2554

Tragen wir die Werte auf, mit der wahren Temperatur über dem Pyrometerstrom:



Es scheint, als sei unsere Messung trotz der Tücken des optischen Abgleichs recht gut, denn der lineare Zusammenhang von T_P und T_W ist sehr schön zu erkennen.